

定常等流条件下の土石流・土砂流モデルにおけるフェーズシフト効果の解析的評価

(一財)砂防・地すべり技術センター 砂防技術総合研究所 ○三崎太一 志水宏行 吉田真也

1. 背景・目的

現在、砂防事業にて実施される土石流・土砂流計算では、流動層中の細粒土砂が液相として振る舞うフェーズシフト（以下、PS）効果が導入されることが多く、多くの計算結果と知見が蓄積されている。一方でPSを導入した結果、流量、勾配、平均粒径条件に応じて、水深、流速がどのように変化するかは十分に体系的に整理されていない。また、基盤である土石流・土砂流モデルはPS効果を前提として定式化されたものではなく、PS導入効果の解釈可能性や適用範囲については、検討する余地が依然として残されている。

土石流・土砂流モデルは、流れが平衡勾配あるいは平衡濃度に近づくことを前提としている。したがって、PS効果を体系的に把握するには、まず収束先となる平衡状態の変化に着目することが有効である。本研究では、定常等流・平衡条件下において、流量 q 、勾配 θ 、平均粒径 d 、およびPS割合の変化が平衡濃度・流速・水深に及ぼす影響を整理した。

2. 基礎方程式

対象モデルは、宮本モデル（宮本・伊藤，2002）および高橋モデル（鈴木ら，2013）とする。平衡状態の解析には、以下の式を用いた。

$$q = hu \quad (1)$$

$$0 = \rho_m gh \sin \theta - \tau_b \quad (2)$$

$$c = c(\theta) \quad (3)$$

ここで、式(1)は質量保存式、式(2)は運動量保存式、式(3)は各モデルで与えられる平衡濃度式である。 q は単位幅流量、 h は水深、 u は流速、 θ は勾配、 c は土砂濃度、 ρ_m は混相流体の密度、 τ_b は底面抵抗である。

抵抗式はモデルによって異なり、宮本モデルでは、

$$\tau_b = \tau_y + \rho f_b u^2 \quad (4)$$

高橋モデルでは、

$$\tau_b = \rho f_b u^2 \quad (5)$$

となる。ここで、 τ_y は降伏応力、 ρ は液相密度、 f_b は抵抗係数である。なお、抵抗係数 f_b の表式もモデルごとに異なる。

3. 結果および考察

3.1. 土石流区間におけるスケール則の導出

PS効果無し条件の場合、土石流状態となる急な勾配区間での平衡水深および平衡流速は、式(1)~(5)を整理することで、いずれのモデルにおいても以下のスケール則が得られる。

$$h = H(\theta) \cdot q^{2/5} \cdot d^{2/5} \quad (6)$$

$$u = U(\theta) \cdot q^{3/5} \cdot d^{-2/5} \quad (7)$$

ここで、 $H(\theta)$ 、 $U(\theta)$ は勾配 θ の関数であり、その具体形はモデルにより異なる。

また、PS効果有り条件においては両モデルの平衡水深および平衡流速のスケール則は以下の形に拡張できる。

$$h = H_{ps}(\theta, R_{ps}) \cdot q^{2/5} \cdot d_c^{2/5} \quad (8)$$

$$u = U_{ps}(\theta, R_{ps}) \cdot q^{3/5} \cdot d_c^{-2/5} \quad (9)$$

ここで、 R_{ps} はPS割合、 d_c はPSしていない骨格粒子の平均粒径であり、 $H_{ps}(\theta, R_{ps})$ および $U_{ps}(\theta, R_{ps})$ は勾配とPS割合に依存する関数である（ $R_{ps} = 0$ の時、 $H_{ps} = H$ 、 $U_{ps} = U$ 、 $d_c = d$ ）。すなわち、PS導入後も土石流区間における流量及び粒径依存性はPS無し条件と共通であり、PS効果は主に係数関数の変化として現れる。

3.2. パラメータスタディ

以下では上述の土石流のスケール則(式8,9)を基準として、土砂流区間も含めた式(1)~(5)のパラメータ依存性について考察する。

3.2.1. 解析条件

解析条件として、以下のケースを設定した。また、解析は斜面勾配区間 $3^\circ \sim 20^\circ$ で実施した。

- ・基本ケース ($q = 10 \text{ m}^2/\text{s}$, $d_c = 0.1 \text{ m}$)

- ・流量変化 ($q = 10, 30, 50 \text{ m}^2/\text{s}$, $d_c = 0.1 \text{ m}$ 固定)

- ・粒径変化 ($q = 10 \text{ m}^2/\text{s}$ 固定, $d_c = 0.1, 0.2, 0.3 \text{ m}$)

さらにPS有りの条件での解析として、基本ケースでは（PS割合2, 4, 6, 8, 10%）、流量変化では（PS割合10%）、粒径変化では（PS割合10%）としてそれぞれ実施した。

3.2.2. 計算結果

(1) 基本ケース

PS無し条件での濃度・流速・水深の勾配 θ に対する応答を確認すると、流速および水深にはモデル間で明確な差が認められる(図1)。両モデルとも、流速は θ に対して上に凸の応答を示すが、流速が極大値をとる θ とその後の低下の現れ方は異なる。宮本モデルでは、流速は $\theta \approx 15^\circ$ まで緩やかに増加した後、急激に低下する。一方、高橋モデルでは $\theta \approx 6^\circ$ で極大に達した後、緩やかな低下傾向を示す。

このような流速応答の差異は、両モデルとも「 θ の増加に伴う駆動力の増加率を抵抗中の項の τ_y あるいは f_b の増加率が上回ると、式(2)を満たすように流速が低下に転じる」という数理構造を持つことに基づく。ただし、その抵抗中要素における大きな増加率の主要因はモデルにより異なり、宮本モデルでは降伏応力 τ_y 、高橋モデルでは抵抗係数 f_b の変化が支配的である。なお水深は式(1)より、流速と反対の傾向を示す。以降は流速を中心に結果を示す。

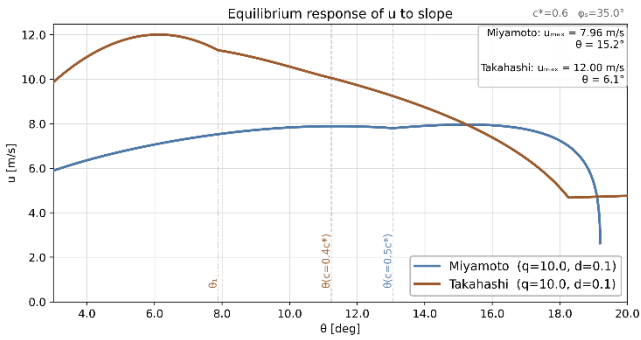


図1 各モデルにおける平衡状態の流速と勾配の関係

PS 有り条件では、より多くの土砂を取り込み、運搬可能になる。そのため、同一勾配に対する平衡濃度はPS 無し条件と比較して全体的に上昇する。流速は、PS 割合の増加に伴い、全勾配域で減少する傾向を示し、特に急な勾配側で顕著である(図2)。これは平衡濃度の上昇に伴う抵抗の増加が直接的な要因であり、平衡濃度の上昇を除く液相密度上昇そのものの影響は比較的微小である。

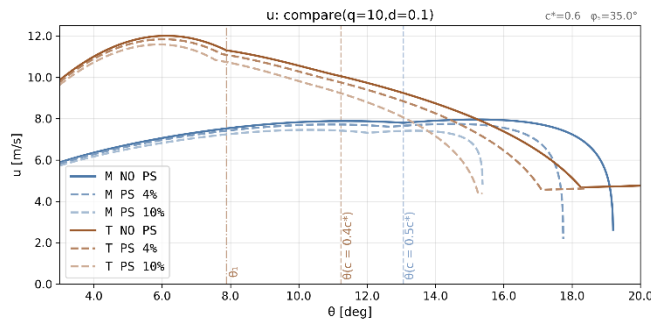


図2 平衡流速の勾配応答に対するPS 割合の影響

(2)流量変化

流量の増加に伴い、両モデルとも平衡流速は増加する。しかしその増加率は勾配によって一様ではない。土石流区間となる勾配では、流量に対する流速の増加率は $u \propto q^{3/5}$ の関係を示す(式7)。一方、土砂流区間となる勾配での流速の増加率(指数部)は、土石流区間との境界では土石流と同様の値を持つが、勾配が小さくなるにつれより小さい値を持つ。

PS を導入すると流量の増加に伴い、いずれの勾配においても平衡流速は増加する(図3)。ただし、その応答の基本的傾向は土石流区間ではPS 無し条件と等しく(式9)、土砂流区間においてもPS 無し条件から大きくは変化しない。

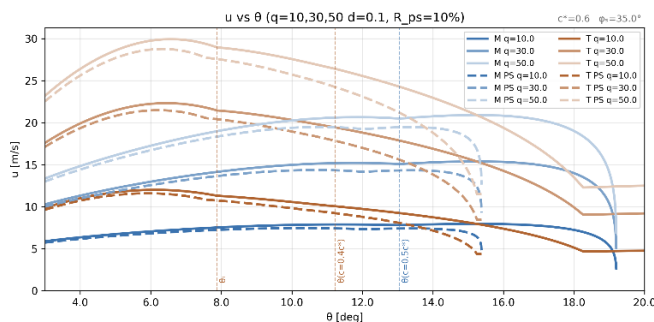


図3 平衡流速の勾配応答に対する流量の影響

(3) 粒径変化

粒径の増加に伴い、両モデルとも平衡流速は低下する。土石流区間となる勾配では、粒径に対する流速の低下率は $u \propto d^{-2/5}$ の関係を示す(式7)。一方、土砂流区間となる勾配での流速の低下率(指数部)は、土石流区間との境界では土石流と同様の値 $-2/5$ を持つが、勾配が小さくなるにつれその絶対値はより小さい値を持つ。

PS を導入すると粒径の増加に伴い、いずれの勾配においても平衡流速は低下する(図4)。ただし、その応答の基本的傾向は土石流区間ではPS 無し条件と等しく(式9)、土砂流区間においてもPS 無し条件から大きくは変化しない。

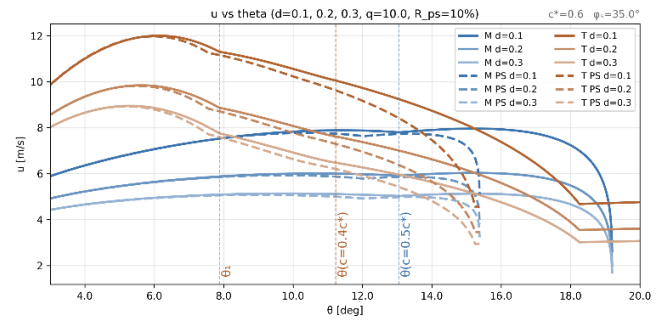


図4 平衡流速の勾配応答に対する平均粒径の影響

4. まとめ

本研究では、定常等流・平衡状態条件の下、宮本モデルおよび高橋モデルを対象に、平衡濃度・流速・水深に対するPS 効果を体系的に整理した。

土石流区間では両モデルとも共通のスケール則を流速と水深に対して導出でき、PS 効果を導入した場合も流量および粒径に対する依存性は同様であることを解析的に示した。また、土砂流区間では流量および粒径に対する依存性は土石流区間より小さく、PS 効果を導入した場合も概ね同様の依存性を示すことを解析結果より確認できた。

一方で関数部(H_{ps}, U_{ps})の傾向はモデルによって異なり、その傾向の違いは抵抗の定式化が異なることに起因する。関数部はPS 効果を導入することにより変化し、その変化のほとんどが液相密度の上昇に伴う平衡濃度の上昇の結果であることを示した。これらの結果は、土砂流区間でも同様の傾向を示すことを確認した。

本研究で示した平衡状態の整理、特に土石流区間で導いたスケール則の解析解は、モデルのパラメータ依存性を把握する上で有用である。今後は、この整理を基盤として、粒径分布そのものに対する応答性評価や、摩擦速度と沈降速度に基づくPS モデルを用いた解析について検討する予定である。

【参考文献】

- 1) 宮本・伊藤(2002)：砂防学会誌, Vol.55, No.2, p.24-35
- 2) 鈴木・内田・岡本(2013)：砂防学会誌, Vol.66, No.2, pp. 21-30