

土石流・土砂流に対する一層モデルと二層モデルの基礎方程式導出過程の整理：  
 数値モデルに内在する不確実性の評価に向けて

砂防・地すべり技術センター ○三崎太一 志水宏行

1. はじめに

土石流・土砂流による土砂動態や河床変動を評価するために、これまで複数の数値シミュレーションモデルが開発され、砂防事業において広く用いられている。しかし、土石流・土砂流に関わる物理過程は複雑であり、その全容は未だ十分に解明されていない。このため、モデル定式化の際に導入される仮定や近似の妥当性が明確でないため、知識欠如による不確実性が伴い、それらが数値計算結果に与える影響について体系的な整理・評価が求められている。

本研究では、上記課題を解決するための第一歩として、土石流・土砂流の既存モデルの特性や適用可能範囲を明確化するために、その基礎となる方程式の導出過程に焦点をあてる。既往の代表的なモデルとしては、流動深全域を鉛直方向に積分した保存則に基づく一層浅水流モデル（例：宮本・伊藤 2002；図 1a）と、成層構造をもつ土砂流を二層に近似し、各層の異なる流動特性を評価する二層浅水流モデル（例：高濱ら 2004；図 1b）が提案・使用されている。実務的には一層モデルが広く適用されているが、二層モデルは、土石流・土砂流から河川区間における掃流砂・浮遊砂までの複雑な土砂動態を統合的に評価する枠組みとして今後の活用が期待されている。本発表では、一層モデル（宮本・伊藤 2002）と二層モデル（高濱ら 2004）の基礎方程式導出過程の比較・整理を行った。

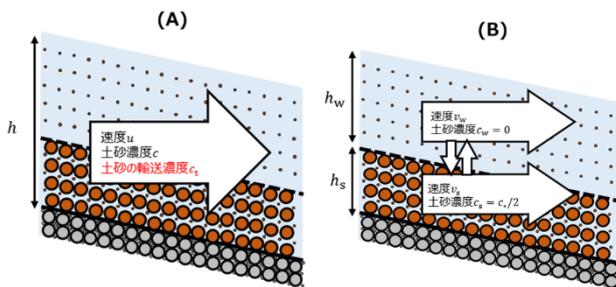


図 1 モデル概念図：(a)一層モデル(宮本・伊藤 2002)、(b)二層モデル(高濱ほか 2004)

2. 基礎式の導出過程と比較

各モデルの基礎方程式は、共通して、保存式・抵抗式・侵食堆積速度式の3種類に大別できるため、以下では項目毎に両モデル式を比較した。

2.1 保存式

一層モデル(宮本・伊藤 2002)の保存式は、水・土砂の混合物と土砂のみの質量保存式、混合物の運動

量保存式からなり、流速と土砂濃度の鉛直分布は輸送濃度  $c_t$  を介して評価される。

一層モデル(宮本・伊藤 2002)

$$\frac{\partial}{\partial t}(h) + \frac{\partial}{\partial x}(uh) = E \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(ch) + \frac{\partial}{\partial x}(c_t uh) = c_* E \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(uh) + \frac{\partial}{\partial x}\left(u^2 h + \frac{1}{2}gh^2\right) = -gh \frac{\partial z_b}{\partial x} - \frac{\tau_b}{\rho_m} \dots\dots\dots (3)$$

二層モデル(高濱ら 2004)では、上層と下層のそれぞれに対して保存式が与えられ、下層では混合物と土砂の質量保存式と混合物の運動量保存式、上層では水のみ質量保存式と運動量保存式が与えられる。流速と土砂濃度の鉛直分布は各層の質量・運動量の保存式を解くことにより評価される。

二層モデル(高濱ら 2004) ※座標系は宮本・伊藤(2002)に合わせる

上層(水流層)

$$\frac{\partial h_w}{\partial t} + \frac{\partial v_w h_w}{\partial x} = S_I \dots\dots\dots (4)$$

$$\frac{\partial(\rho_w v_w h_w)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_w v_w^2 h_w)}{\partial x} - \rho_w S_I u_I = -\frac{\partial P_w}{\partial x} - p_I \frac{\partial h_s}{\partial x} - \tau_w \dots\dots\dots (5)$$

下層(砂礫層)

$$\frac{\partial h_s}{\partial t} + \frac{\partial v_s h_s}{\partial x} = S_T - S_I \dots\dots\dots (6)$$

$$\frac{\partial C_s h_s}{\partial t} + \frac{\partial C_s v_s h_s}{\partial x} = C_* S_T \dots\dots\dots (7)$$

$$\frac{\partial(\rho_s v_s h_s)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_s v_s^2 h_s)}{\partial x} + \rho_w S_I u_I = -\frac{\partial P_s}{\partial x} + p_I \frac{\partial h_s}{\partial x} + \tau_w - \tau_b \dots\dots\dots (8)$$

添え字 w, s, I はそれぞれ水流層, 砂礫層, 層の境界面を示している。

保存式の導出は、両モデルとも Navier-Stokes 方程式の鉛直積分と静水圧近似に基づく。ただし、一層モデルは流動層全体を一体として平均化した断面平均流速を用いているのに対し、二層モデルでは水流層と砂礫層を個別に扱い、それぞれの層ごとに独立した流速を評価する。これに伴い、二層モデルでは層の境界面せん断応力  $\tau_w$ 、層間を移動する体積流量  $S_I$  が保存式に明示的に導入されている。保存式のみ観点で見ると、二層では各層が流速を持つことにより、鉛直方向の流速の分布をより詳細に表現できるといえる。

2.2 抵抗式

土石流状態における河床面せん断応力 $\tau_b$ は両モデルとも同様の手続きで導出される(図2)。平衡状態における力のつり合い式に江頭ら(1989)の構成則を導入し、土砂濃度の鉛直分布が水深方向に一様であるという仮定のもとで鉛直積分を行い、得られた断面平均流速 $u$ との対応づけにより $\tau_b$ が導出される。

$$\tau_b - \tau_y = \rho f_b u^2 \dots\dots\dots (9)$$

ここで $\tau_y$ は河床におけるクーロン摩擦応力、 $f_b$ は抵抗係数である。

一方、土砂流状態については、両モデルで $\tau_b$ に対する基本的導出過程は共通であるが細かな点では異なる。一層モデルでは河床面せん断応力 $\tau_b$ のみが評価されるが、二層モデルでは、 $\tau_b$ に加えて水流層と砂礫層の境界面に働くせん断応力 $\tau_w$ も評価され、それが $\tau_b$ に影響する。その詳細は以下となる。

土石流状態と同様の導出過程を適用すると、抵抗係数 $f_b$ に河床面での外力としてのせん断応力 $G$ と動摩擦角によって評価されるクーロン摩擦応力 $Y$ に関する項 $G - Y$ が含まれる。この形は式(9)において動的せん断応力とクーロン動摩擦応力を独立に表現している一方で、動的せん断応力がクーロン動摩擦応力の関数となってしまふという矛盾をかかえている(宮本・伊藤 2002)。

またこの項は $G < Y$ となる場合があり、抵抗係数 $f_b$ が物理的に意味のない負の値をとる場合があるため、何らかの対策が必要となる。この問題に対して、宮本・伊藤(2002)では上式を

$$\tau_b - \tau_y = (1 - \alpha)\tau_b = \rho f_b u^2 \dots\dots\dots (10)$$

のように変形することで対策している。この変形によって抵抗係数は

$$f_b = (1 - \alpha)G\varphi^{-2} \left(\frac{h}{d}\right)^{-2} \dots\dots\dots (11)$$

のように $Y$ を陽的に含まない形で表現される。ここで $\varphi$ は上層(水流層)下層(混合物層)、両層の流速係数の和に相当する。高濱ら(2004)では表式は変更せず、 $G < Y$ となった際、数値計算上で水流層のせん断応力 $W$ による補正を行うことによってこの問題を解決している。

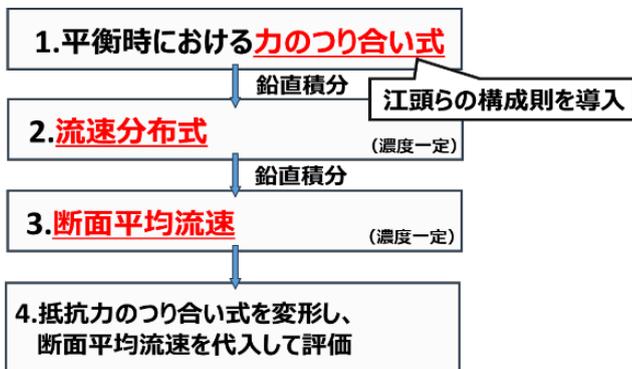


図2 抵抗式の導出フロー(宮本・伊藤 2002)

2.3 侵食堆積速度式

両モデルとも江頭(1988)の侵食堆積速度式を採用している。

伊藤・宮本(2002)

侵食堆積速度

$$E = \tan(\theta - \theta_e) |u| \dots\dots\dots (12)$$

平衡勾配

$$\tan \theta_e = \frac{(\frac{\sigma}{\rho}-1)c}{(\frac{\sigma}{\rho}-1)c+1} \tan \phi_s \dots\dots\dots (13)$$

高濱(2004)

侵食堆積速度

$$S_T = v_t \tan(\theta - \theta_e) \dots\dots\dots (14)$$

$$v_t = v_s \frac{h_s}{h_t} + v_w \frac{h_w}{h_t} \dots\dots\dots (15)$$

平衡勾配

$$\tan \theta_e = \frac{(\frac{\sigma}{\rho}-1)c_t}{(\frac{\sigma}{\rho}-1)c_t+1} \tan \phi \dots\dots\dots (16)$$

$$c_t = c_s \frac{h_s}{h_t} \dots\dots\dots (17)$$

上式からわかるように、二層モデルでは、侵食堆積速度における流速を各層厚の比を用いて一層モデル的取り扱いをしている。つまり、二層モデルでは、保存則を二層として導出している一方で、侵食堆積速度式は一層モデルと同様の形を用いている。

3. おわりに

本研究では、モデルの適用範囲を明確化することを目標としたうえで、その第一歩として、土石流・土砂流の既存一層モデル(宮本・伊藤 2002)と既存二層モデル(高濱ら 2004)について導出過程を追試し、導入されている近似や仮定についての整理を行った。整理の結果、保存式についてはモデルのフレームワークの差異が反映されている一方、抵抗式や侵食堆積速度式には共通する部分が多く存在しており、一層モデルと同様の取り扱いがなされていることが整理された。今後、本研究で導出過程を追うことによって整理されたモデルの仮定・近似の数値計算への影響を体系的に評価するために、実現象との整合性の確認、両モデルを用いた数値計算によるパラメータスタディを実施する必要があると考えられる。

<謝辞>

本研究の遂行にあたり、国立研究開発法人土木研究所の清水氏には、構成則および抵抗式の導出過程に関する追試の実施において、非常に重要な知見とご助力を賜りました。ここに深く感謝の意を表します。

<引用文献>

- 1) 宮本・伊藤(2002) 砂防学会誌, 55, 2
- 2) 高濱ほか(2004) 水工学論文集 48
- 3) 江頭ら (1989) 京都大学防災研究所年報, No.32, B-2
- 4) 芦田ら (1987) 京都大学防災研究所年報, No.30, B-2
- 5) 江頭(1988) 水理講演会論文集, 第 32 回