

防衛大学校 ○香月 智 白石博文
坊原 尚記 石橋和佳

1. 緒言

構造物に設計荷重と異なる形態の荷重が作用した場合、脆く崩壊することがある。本研究は、この様な予期しない外力に対する脆弱性を評価することにより、じん性に富む構造設計を可能にするため、モンテカルロシミュレーションとホロノミック弾塑性解析¹⁾を組み合わせた構造システムのリダンダンシー評価法を提案するものである。

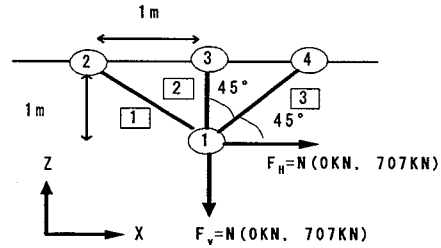


図-1 3部材トラスモデル

2. 解析手法

2.1 ホロノミック弾塑性解析

荷重の増分を利用した増分弾塑性解析では、実際の荷重や変位に沿って解析を行うため、現象に忠実であり、除荷過程も取り扱えるので広く使用されている。しかし、ある荷重状態における構造物の応答を知るためには、多大な解析時間を費やさなければならない。これに対して、ホロノミック弾塑性解析は、塑性変形理論に基づいており、荷重履歴および荷重増分を行わずに弾塑性解析を行なうため、一般に単純増加荷重の解析では増分解解と一致する解が極めて短時間に得られる。ここで、仮に増分弾塑性解析とホロノミック弾塑性解析が一致すれば、後者を用いて現実の事象に即して考える事ができ、より現実的である。従って、まず両者の比較を行なうものとする。

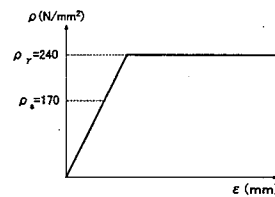


図-2 材料の応力～ひずみ関係

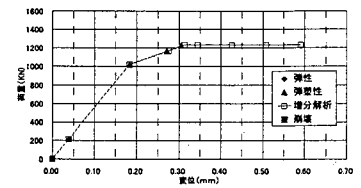


図-3 3部材トラス解析結果

$$\text{目的関数: } \bar{x}^T \lambda \rightarrow \min \quad (1-a)$$

$$\text{制約条件: } A\lambda + x + B = 0, x \geq 0, \lambda \geq 0 \quad (1-b)$$

$$A = N^T k c K^{-1} c^T k N - N^T k N \quad (1-c)$$

$$B = N^T k c K^{-1} F - r \quad (1-d)$$

$$x = -\phi \quad (1-e)$$

ここで、 C^T : 釣合マトリックス、 Q : 内力ベクトル、 F : 外力ベクトル、 q : 内変形ベクトル、 c : 適合マトリックス、 q^e : 弾性内変形ベクトル、 q^p : 塑性内変形ベクトル、 k : 剛性マトリックス、 N : 直交ベクトル、 λ : 塑性乗数ベクトル、 r : 塑性容量ベクトル、 ϕ : 降伏係数。

2.2 モンテカルロ法によるシミュレーション

本研究においてはモンテカルロシミュレーションを可能な限り試行回数を増やして実施し、より近似的な解を求めるものとする。

2.3 リダンダンシーの評価方法

リダンダンシー評価については信頼性安全指標 β の比率を用いる。これは Iizuka・Frangopol の提案した冗長性指数²⁾ R を用いる。

$$R = \beta_p / \beta_e \quad (2-a)$$

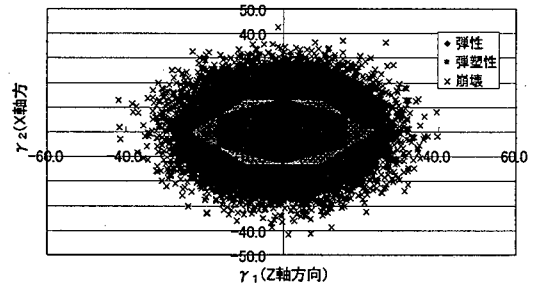


図-4 3部材トラス解析結果(モンテカルロ法)

$$\beta_p = \Phi^{-1}(-P_{fp}) \quad (2-b)$$

$$\beta_e = \Phi^{-1}(-P_{fe}) \quad (2-c)$$

ここで、 β_p : 構造物の塑性崩壊限界に対する信頼性指標、 β_e : 構造物の弾性限界に対する信頼性指標、 Φ : 正規累積確率関数、 P_{fp} : 塑性限界に対する破壊確率、 P_{fe} : 弾性限界に対する破壊確率。

3. 解析結果および考察

3.1 3部材トラスによる検討

図-1に示す3部材トラスに対して図-2に示す応力～ひずみ関係を用いて、荷重増分を利用した増分解析とホロノミック弾塑性解析を行なった結果を図-3に示す。図-3より、増分弾塑性解析とホロノミック弾塑性解析の結果が一致することが分かる。従って、本研究におけるホロノミック弾塑性解析をプッシュオーバー解析の代用として利用できることが分かる。

図-4 にモンテカルロシミュレーションを用いてランダム荷重に対する構造状態区分を解析した結果を示す。なお、解析時構造に載荷される荷重に関しては、以下の式で与えるものとした。

$$F = \gamma_1 \cdot F_1 + \gamma_2 \cdot F_2 \quad (3)$$

ここで、 F_1 : 垂直方向のみ載荷した荷重ベクトル、 F_2 : 水平方向のみ載荷した荷重ベクトル、 $\gamma_1 \cdot \gamma_2$: それぞれ、 $F_1 \cdot F_2$ に対する荷重係数であり、正規確率変数、もしくは対数確率変数。

座標(0,0)を中心として、6角形の領域で弾性となり、その外側に弾塑性、さらに塑性限界の領域を形成している。

3.2 不静定次数とリダダンシー

一般的に不静定構造はリダダンシーに優れていると言われている。この点について確認するため、図-5 に示す2部材から4部材のトラス形状について、そのリダダンシーを求めてみた。各構造の許容応力度設計上の公平さを考慮するため、設計荷重を垂直下方に100kN 載荷するものとし、許容応力を170N/mm²と仮定して、最小重量設計を行った。ただし、各部材は最小断面積 2 cm² の制約を有しているものとする。

図-6 に設計荷重を比例的に増加させた弾塑性解析の結果を示す。これより、2部材トラスは静定構造であるので、弾性限界(141kN)に達した後、すぐに塑性限界に達しているのに対して、3、4部材トラスは2部材トラスと同じ弾性限界141kNに達した後も弾を応答で粘り、その崩壊荷重はそれぞれ175.1kN、165.4kNと弾性限界の1.24倍、1.17倍となる。

図-7 に F_v を正規確率変数 $N(100kN, 20kN)$ 、 F_H を $N(0kN, 25kN)$ とした場合の荷重変数空間における発生乱数と状態区分を示す。

3部材トラスは、2部材トラスのものよりも水平方向荷重に対して先端部分が相対的に拡がりをもたせ、弾性応答範囲や弾塑性応答となるシミュレーション結果が多くなっている。

表-1 には、ばらつきの度合いを3種類に変化させた場合の計算結果を、図-8 にそれぞれの冗長性指数の比較を示す。これより、冗長性指数は概して部材数(不静定次数)の増加に伴って大きくなっているが、水平方向のばらつきが最も大きい $\sigma_{FH} = 25kN$ の場合では、4部材トラスの冗長性指数は3部材トラスよりも大きくなるものの、 $\sigma_{FH} = 5kN$ では3部材トラスの方が4部材トラスよりも大きくなるなど、厳密な意味で不静定次数のみが構造の冗長性を決定するわけではないことがわかる。

4. 結言

本研究は、構造物のリダダンシーをホロノミック弾塑性解析とモンテカルロシミュレーションを組み合わせることで求められる塑性信頼性指標と弾性信頼性指標との比によって示すことを提案したものである。計算によると、簡易な構造においては、概ね感性的に妥当な冗長性指数を算定できることを示した。

参考文献

- 1) Katsuki, S., Frangopol, D.M., & Ishikawa, N. 1993. Holonomic Elastoplastic Reliability Analysis of Truss System, Journal of

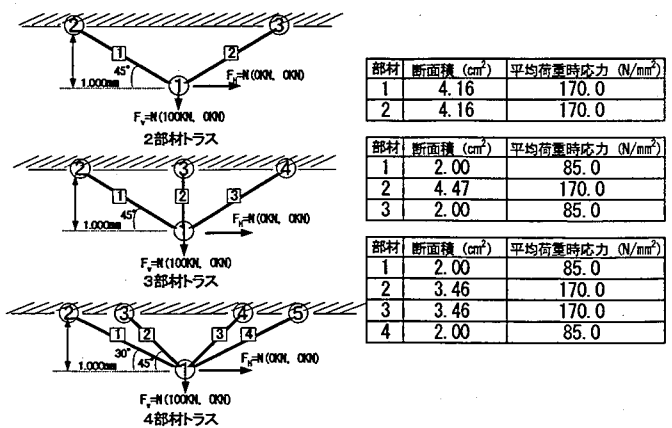


図-5 トラス構造

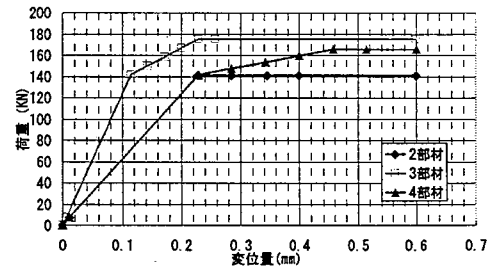


図-6 弾塑性解析結果

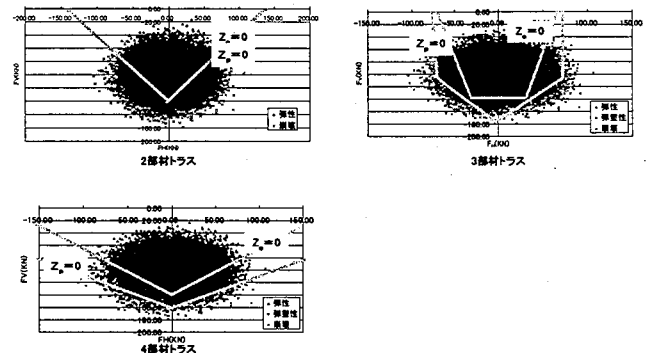


図-7 荷重変数空間における状態区分

表-1 解析結果

荷重条件	トラス	弾性の回数	弾性外			崩壊			R
			N_p	P_{1p}	β_p	N_p	P_{1p}	β_p	
$F_v=N(100, 20)$, $F_H=N(0, 5)$	2部材	48336	1664	0.0333	1.84	1664	0.0333	1.84	1.000
	3部材	49012	988	0.0198	2.06	6	0.0001	3.67	1.782
	4部材	48605	1395	0.0279	1.91	39	0.0008	3.16	1.654
$F_v=N(100, 20)$, $F_H=N(0, 15)$	2部材	45395	4605	0.0921	1.33	4605	0.0921	1.33	1.000
	3部材	48767	1233	0.0247	1.97	135	0.0027	2.78	1.411
	4部材	46888	3112	0.0622	1.54	122	0.0024	2.82	1.831
$F_v=N(100, 20)$, $F_H=N(0, 25)$	2部材	40387	9613	0.1923	0.87	9613	0.1923	0.87	1.000
	3部材	45045	4955	0.0991	1.29	1070	0.0214	2.03	1.574
	4部材	43832	6168	0.1234	1.16	385	0.0077	2.42	2.086

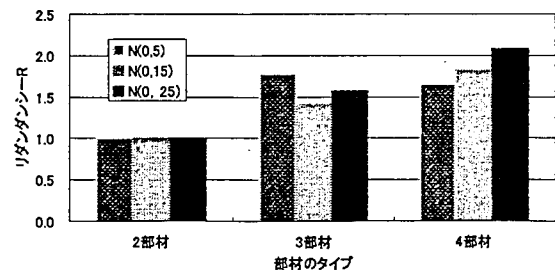


図-8 ばらつきが与えられた場合の解析結果

- Structural Engineering, ASCE, Vol. 119, No. 6, pp. 1778-1791.
2) Iizuka, M., 1991, Time Invariant and Time Variant Reliability Analysis and Optimization of Structural Systems.