

京都大学大学院  
 京都大学大学院農学研究科  
 京都大学大学院農学研究科

○瀧口茂隆  
 藤田正治  
 水山高久

1. はじめに

浮遊砂の拡散理論は実用的な方法であるが、河床の粗度が大きい山地河川を対象にした実験では、流速分布則が対数則に一致するのに濃度分布は拡散係数を通常の2~3倍大きくしなければ拡散方程式の解と適合しないことが指摘されている。1)・2) 図-1はその一例を示したもので、拡散係数と渦動粘性係数の比 $\beta$ を通常の1から2.06にしなければ濃度の計算値は実験値を説明できていない。本論では、 $\beta$ を大きくしなければならないというのは拡散方程式に浮遊砂の生成項を考慮していないからであるという考えのもとに、 $\beta$ を1にしたままで広い条件に対して適用できる拡散理論について検討する。

2. 浮遊砂の生成と拡散方程式

式(1)は通常用いられる拡散方程式であり、式(2)はその境界条件である。式(1)は浮遊砂の水深方向のフラックスバランスを表し、浮遊砂の生成と消滅は基準点(水深の5%)という便宜的な高さでの境界条件に考慮されている。しかし、拡散理論ではランダムな乱れを受けている粒子を浮遊砂としているので、河床砂が上昇流体塊の作用で浮上し終わった後それが浮遊砂になるとすれば、浮遊砂の生成位置は水深全体に渡ると考えられる。一方、消滅は河床面で生じる。このように生成と消滅が異なる高さで生じていることを考えると式(2)のように一つの境界で生成と消滅を考えることには無理があり、基準点の取り方や境界条件の考え方に不正確さが生じる。従って、生成については拡散方程式に直接考慮すべきであり、その式は式(3)のようになる。河床では水深方向の流速が0であるので境界条件は式(4)となり、浮遊砂は河床で純堆積することになる。Pの条件式は、河床から浮上したものがすべて浮遊砂になるとすると式(5)のようになる。式(3)~(5)から河床では式(6)が成り立ち、河床変動が平衡状態に達していることが表現される。

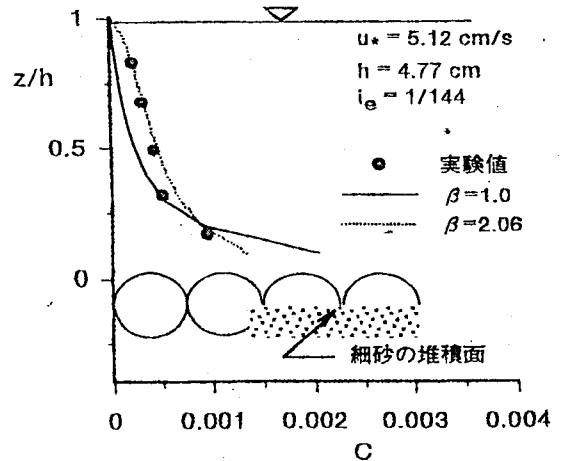


図-1 河床粗度の大きいときの濃度分布の実験値と計算

$$w_0 C + \varepsilon \frac{dC}{dz} = 0 \quad (1) \quad z = a_*; \quad C = C_a (= q_{su} / w_0) \quad (2)$$

$$w_0 C + \varepsilon \frac{dC}{dz} = \int_z^h P dz \quad (3) \quad \varepsilon \frac{dC}{dz} = 0 \quad (4) \quad \int_0^h P dz = q_{su} \quad (5) \quad C_* w_0 = q_{su} \quad (6)$$

( $w_0$ : 沈降速度,  $\varepsilon$ : 拡散係数,  $C$ : 濃度,  $z$ : 水深方向座標,  $a_*$ : 基準点高さ,  $q_{su}$ : 河床砂の浮上率,  $P$ : 単位時間単位体積あたりに生成される浮遊砂の体積,  $C_*$ : 河床における濃度である。)

中川・辻本ら<sup>3)</sup>も掃流砂から浮遊砂への遷移を考慮して式(3)と同様の式を提示しているが、浮遊砂の生成に関する考え方や河床境界条件が本論と異なる。式(3)で $\varepsilon$ を一定とし、 $P$ の分布に基準点以外で0になるようなデルタ関数を与えると $z \geq a_*$ での解は式(1)の解と一致する。従って、従来の拡散理論は基準点に集中して浮遊砂が生成されていることになる。

式(3)の解析例として、拡散係数=一定、 $P$ の分布を図-2の(a)のように水深にわたって一様にした場合の濃度分布は図-3のようである。 $E(= \varepsilon / h / u_*) = 1/15$ ,  $\zeta(= w_0 / u_*) = 0.01$  および1としている。ここに、 $h$ : 水深、 $u_*$ : 摩擦速度である。生成項と拡散項に起因した濃度分布も示されている。 $\zeta$ が大きいとき拡散の影響が小さくなり、濃度分布は生成項だけによって決まる。 $\zeta$ が小さいときは拡散の効果が現れ、 $\zeta \rightarrow 0$ のとき一様な濃度分布に近づく。

次に、浮遊砂の生成率 $P$ を図-2のように水深にわたって分布させることによって式(3)の解が式(1)の拡

散係数をどの程度大きく見積もったことに相当するかについて検討する。 $\zeta=0.405$ 、 $E=1/15$ として式(3)を解析的に解き、得られた濃度分布と従来の拡散方程式で、 $\beta$ を1~4にかえたときの計算結果を比較した。図-4は生成率を水面からの三角形状分布(三角分布1)にした場合のもので、 $\beta$ を3程度にした結果とよく一致している。

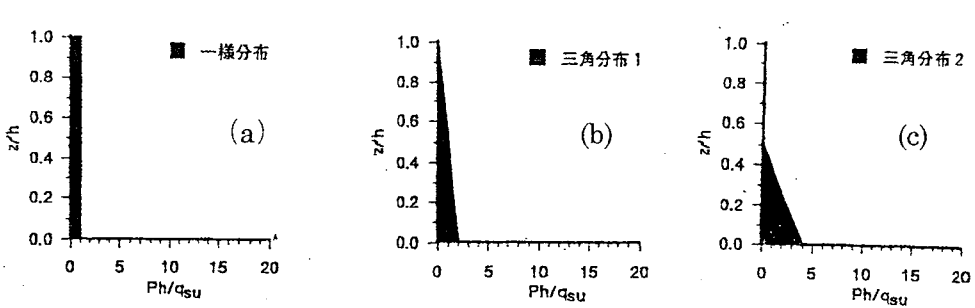


図-2 簡単なPの分布

3. 実験値と計算値の比較  
図-1の濃度分布の実験値と $\beta=1$ としたときの式(3)の計算値の比較を行う。Pの鉛直分布は図-2のようにした。濃度の計算には河床砂の浮上率が必要であるが、ここでは $z/h=0.2$ において実測濃度と計算濃度が一致するように浮上率を決めた。また、式(3)のCには河床を離脱して浮遊砂になるまでの砂は含まれていないが、 $\zeta$ が小さいときはそのような砂の濃度は無視できると思われる。

3. 実験値と計算値の比較

図-1の濃度分布の実験値と $\beta=1$ としたときの式(3)の計算値の比較を行う。Pの鉛直分布は図-2のようにした。濃度の計算には河床砂の浮上率が必要であるが、ここでは $z/h=0.2$ において実測濃度と計算濃度が一致するように浮上率を決めた。また、式(3)のCには河床を離脱して浮遊砂になるまでの砂は含まれていないが、 $\zeta$ が小さいときはそのような砂の濃度は無視できると思われる。図-5がその結果であるが、三角分布1を使ったとき計算値は実験値とよく適合している。言い換えれば、浮上粒子の浮上高さの確率分布が水面の位置から河床方向に三角形分布すれば、本論で示した生成項を考慮した拡散方程式は実験結果をよく再現することができる。以上のように高い位置で浮遊砂が生成される濃度分布がより一様化され、式(1)見かけ上の拡散係数を求めると $\beta$ の値が1より大きくなる。このような場合でも、生成項を入れた拡散方程式を用いると $\beta$ を1にしたままで、濃度分布の一様化を説明することができる。

4. おわりに

浮遊砂の生成項を考慮した拡散方程式を使えば、 $\beta$ を1としたままで広範囲な条件に対して濃度分布を計算することができる可能性があることがわかった。なお、本研究を遂行するにあたり、鳥取大学宮本邦明助教授に貴重なご意見を賜った。ここに記して厚く御礼申し上げます。

参考文献 1)道上、藤田ら、平成5年中国四国支部発表会 p190~191、1993 2)権田ら、平成4年砂防学会発表会 p70~73、1992 3)中川・辻本ら、土木論文集、第417号 p149~156、1990

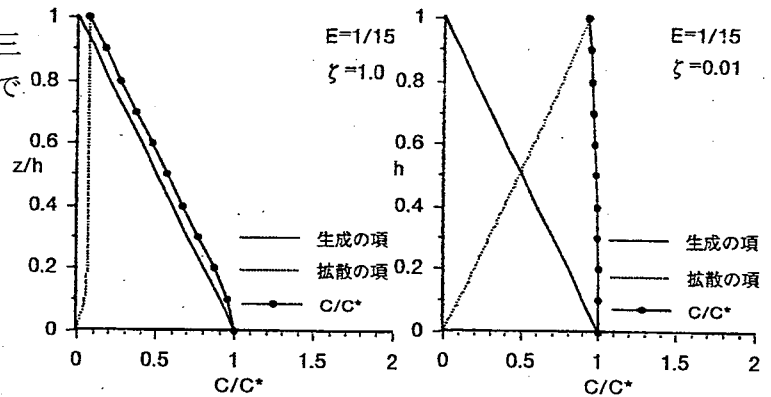


図-3 一様な生成率の時の濃度分布

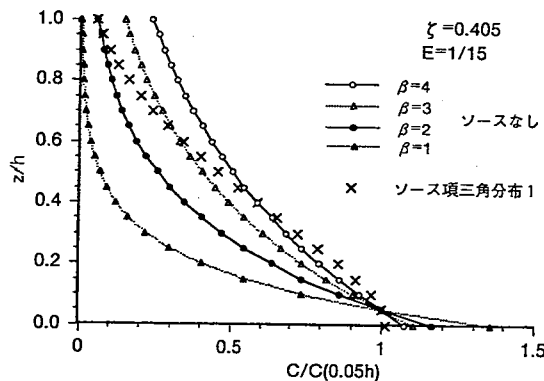


図-4 三角分布1の時の濃度分布

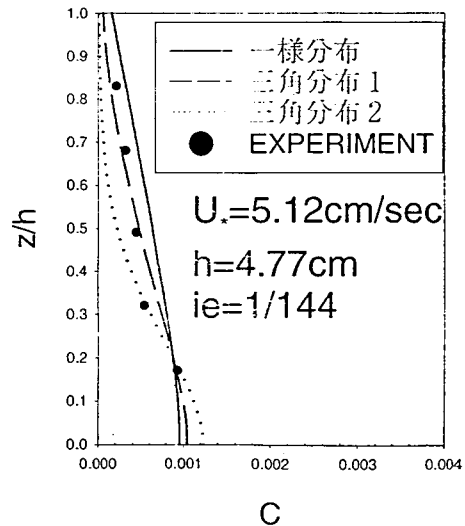


図-5 実験値と計算値の比較