

1. はじめに 従来の $\Phi \sim \tau_*^{3/2}$ 型の流砂量式によれば、移動限界付近において、流砂量は粒子径の影響を受け、粒子径が大きくなると流砂量は減少する。掃流力の大きい領域においては粒子径の大小に関わらず、流砂量は粒子径に依存しなくなる。ところで、掃流力が大きい領域においては、流砂量に対する粒子径の影響は現れないのか。本研究においては、このような古典的な課題について理論・実験の両面から検討する。

2. 既往の流砂量式 流砂量式に対する粒子径の影響をみる前に、従来の $\Phi \sim \tau_*^{3/2}$ 型の流砂量式の誘導過程を大まかにみる。図-1を参考にすれば、流砂量 q_b は次式で定義される。

$$q_b = \int_0^{h_s} c u dz = \int_0^{h_s} c u dz \quad (1)$$

ここに、 u 、 c は砂粒子の流速および体積濃度である。 u 、 c に代表値 u_s 、 c_s を用いると、式(1)は次式で近似できる。

$$q_b \cong u_s c_s h_s \quad (2)$$

ここに、 $c_s h_s$ は単位面積当たりの砂の移動体積を表す。摩擦速度 u_τ 、限界摩擦速度 u_c 、河床せん断力 τ_b および限界掃流力 τ_c を用いて、 $u_s \sim u_\tau$ (\sim は比例の意味)もしくは $u_s \sim u_\tau - u_c$ として、 $c_s h_s \sim \tau_b - \tau_c$ とし、これらを式(2)に代入すれば、 q_b は次のように求められる。

$$\Phi = k(1 - \tau_{*c}/\tau_*) \tau_*^{3/2} \text{ or } k(1 - \tau_{*c}/\tau_*) (1 - \sqrt{\tau_{*c}/\tau_*}) \tau_*^{3/2} \quad (3)$$

ここに、 τ_* は無次元掃流力、 τ_{*c} は無次元限界掃流力、 k は比例定数、 $\Phi = q_b / \sqrt{(\sigma/\rho - 1)gd^3}$ であり、 σ は砂粒子の密度、 ρ は水の密度、 g は重力加速度、 d は砂粒子径である。この種の方法によれば、ほとんどの場合、 q_b は外力の仕事率 $\tau_b u_s$ に比例するものとして求められている。図-1の流れに対して、河床せん断力の応力分配を考えて、流砂量を求めたモデルもある²⁾。これは、図-2をもとにして、河床 $z = 0$ における力のつり合いを次式のように表している。

$$\tau_G + \tau_c = \tau_b \quad (4), p(0) = (\sigma - \rho)c_s g h_s \quad (5), \tau_G = \mu_d p(0) \quad (6)$$

ここに、 τ_G は粒子衝突により生じるせん断力、 τ_c は限界掃流力、 $p(0)$ は $z = 0$ における圧力、 μ_d は砂粒子の動摩擦係数である。式(4)を式(6)に適用して $c_s h_s$ を求め、 u_s については質点系の運動方程式で議論し、 $\Phi \sim \tau_*^{3/2}$ 型の流砂量式が求められている。この方法から得られた流砂量式は、結果的には外力の仕事率 $\tau_b u_s$ に比例するものとして求められたものと同じである。

3. 流砂量に対する粒子径の影響 図-3は、 q_b と u_τ の平面において実験値^{3), 4), 5), 6)}と $\Phi \sim \tau_*^{3/2}$ 型の Meyer Peter-Müller 式⁷⁾とを比較したものである。実験値の q_b は、 u_τ が大きい領域においても粒子径の影響を受け、粒径が大きいほど q_b は小さい。この領域において、 q_b に対する粒子径の影響を詳細にみる。図-3に示すデータのうち、 $u_\tau \cong 25.0 \text{ cm/s}$ 近傍に着目する。図-4は粒径 $d = 0.144 \text{ cm}$ を用いた流砂量 q_{bs} の実験値を基準として、他の粒径に関する流砂量 q_{bi} の比 q_{bi}/q_{bs} を示したものである。図によれば、明らかに粒径が大

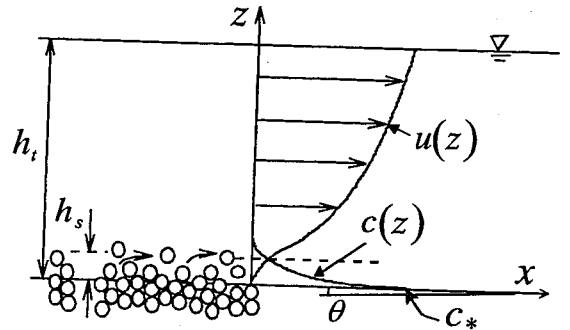


図-1 流れのモデル

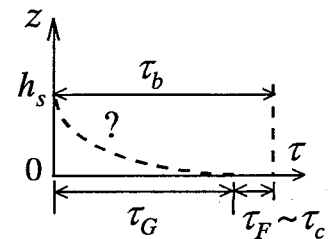


図-2 Bagnold¹⁾による河床せん断力の評価

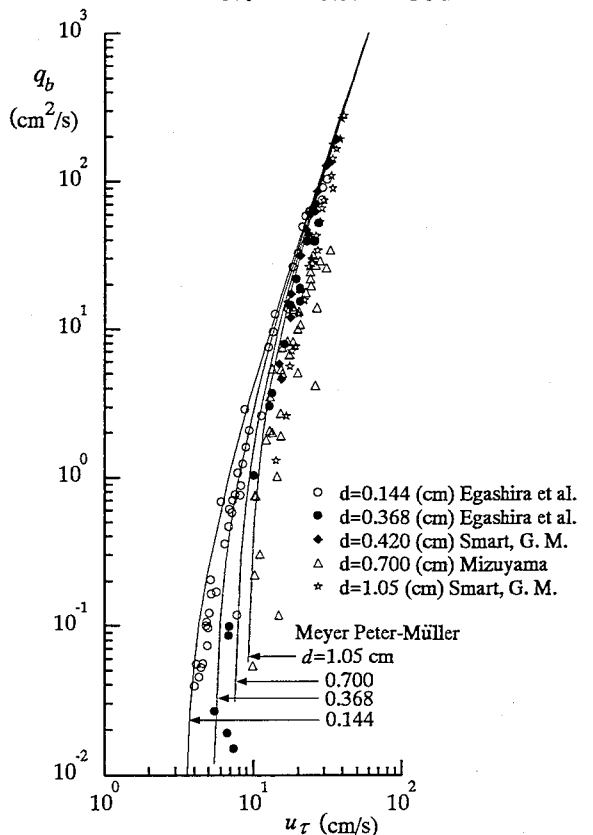


図-3 Meyer Peter-Müller 式と実験値の比較

きくなると流砂量が小さくなっている。 $\Phi \sim \tau_s^{3/2}$ 型の流砂量式の誘導に際し、掃流砂層の運動の機構、すなわち control volume の概念が使われていないため、これによって図-4のような流砂量に対する粒子径の影響は評価できない。これに対し、江頭・宮本・伊藤⁸⁾の応力モデルは、control volume に対してなされる仕事の内部消費を議論して求められており、これを用いれば、流砂量に対する粒子径の影響は評価できる。これは次のようである。図-1の流れを連続体近似して1流体モデルを適用する。定常等流場において、運動方程式の x, z 成分を掃流砂層内の任意の位置 z から、その上面 h_s まで積分すると、これらは次式のように表される。

$$\tau(z) = \tau(h_s) + \int_z^{h_s} \rho_m g \sin \theta dz \quad (7)$$

$$p(z) = \int_z^{h_s} (\sigma - \rho) cg \cos \theta dz \quad (8)$$

ここに、 ρ_m は混合物の密度で、 $\rho_m = (\sigma - \rho)c + \rho$ である。 θ は水平と x 軸とのなす角度、 τ はせん断応力、 p は圧力であり、予め間隙水圧は差し引かれている。ここで、(7)、(8)の左辺に江頭・宮本・伊藤⁸⁾の構成則を適用すると、両式により、 u, c の鉛直分布が求められ、それらの結果を式(1)を適用すれば、 q_b は厳密に導かれる⁸⁾。ここでは、議論を簡単にするために、掃流砂層内の濃度を $c = \text{const.}$ とし流砂量を求めると次式が得られる⁹⁾。

$$\Phi = K \tau_s^{5/2} \quad (9)$$

$$K = \frac{4}{15} \frac{1}{\sqrt{f_f + f_d}} \left[\cos \theta \{ f(c) \tan \phi_s - \tan \theta \} \right]^{-2} \frac{1}{c} \left[1 - \frac{\tan \theta}{(\sigma/\rho - 1)c \{ f(c) \tan \phi_s - \tan \theta \}} \right]^{1/2}, \quad f_f = k_f (1-c)^{5/3} / c^{2/3},$$

$f_d = k_d (1-e^2)(\sigma/\rho)c^{1/3}, f_{pd} = k_d e^2 (\sigma/\rho)c^{1/3}, f(c) = (c/c_s)^{1/n}$
ここに、 ϕ_s は砂粒子の内部摩擦角、 k_f, k_d は実験定数でそれぞれ 0.16⁸⁾、0.0828⁸⁾、 e は反発係数、 c_s は静止堆積層における濃度、 n は経験定数 ($n=5$) である。式(9)によれば、 $q_b \sim 1/d$ の関係にある。図-5は、式(9)を q_b と u_τ の平面に表して、図-3の実験値と比較したものである。なお、式(9)において、 $c = c_s/2 = 0.26$ としている。図によれば、式(9)および実験値ともに、掃流力の大きい領域においても、流砂量に対する粒子径の影響が表現されており、しかも両者はかなりよく一致していることが分かる。この結果は、掃流砂層において内部構造を議論すれば、流砂量は粒径の影響を含めて評価できることを示している。

4. おわりに 流砂量に関する実験データによれば、掃流力が大きい領域においても、粒子径の影響が現れ、粒径が大きくなると流砂量は小さくなる。これを説明するための有力な方法として、例えば $\Phi \sim \tau_s^{5/2}$ 型の流砂量式が考えられ、江頭・宮本・伊藤による流砂量式は、 τ_s の大きい領域で流砂量に対する粒径効果を評価できるようである。

本研究は、文部省科研費基盤研究 B (代表 江頭進治) の補助を受けている。ここに記して感謝します。

参考文献 1) Bagnold, R.A.: Philosophical Trans., Roy. Soc. of London, Vol. 249, 235-297, 1957, 2) 芦田・道上: 土木学会論文報告集, 206, 59-69, 1972, 3) 江頭・芦田ら: 京大防災研年報, 33B-2, 293-306, 1990, 4) 江頭・芦田ら: 京大防災研年報, 34B-2, 261-274, 1991, 5) 水山高久: 新砂防, Vol. 116, 1-6, 1980, 6) Graeme, M. S.: Jour. of Hydr. Eng., ASCE, Vol. 110, No.3, 267-276, 1984, 7) 例えば, 河村三郎: 土砂水理学1, 第5章, 森北出版, 1982, 8) 江頭・宮本・伊藤: 水工学論文集, 41 巻, 789-794, 1997, 9) 例えば, 江頭進治: 混相流, 11 巻, N0.4, 388-393, 1997.

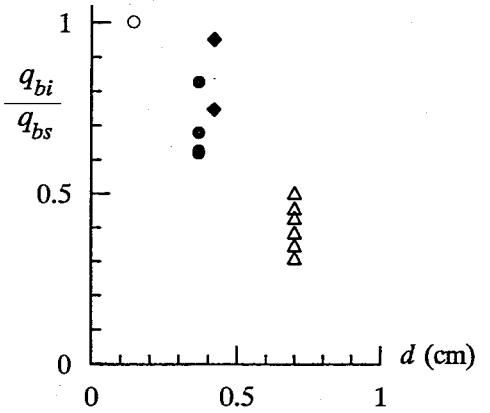


図-4 $u_\tau \approx 25.0$ cm/s 近傍における流砂量に及ぼす粒子径の影響

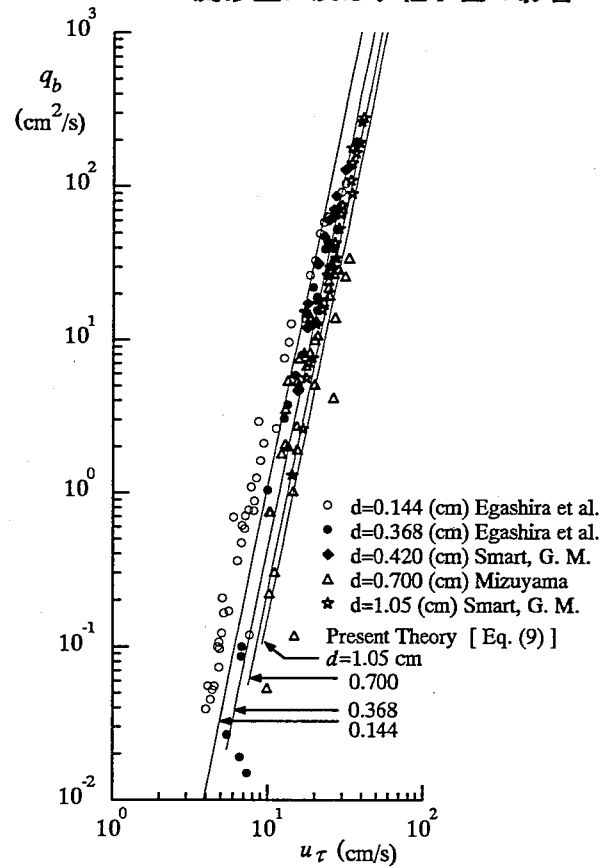


図-5 掃流砂層内部のエネルギー散逸機構を議論した流砂量式と実験値の比較