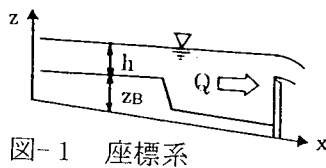


28 砂防ダムの堆砂計算の安定性

神戸市立工業高専 ○日下部重幸
鳥取大学 工学部 道上 正規
京都大学 農学研究科 藤田 正治
鳥取大学 工学部 檜谷 治
神戸市立工業高専 辻本 剛三

1. はじめに： 砂防ダムの上流部は、急勾配の河床で、堆砂デルタ先端部付近の流れは射流から常流へと遷移する場合が多い。このような常流と射流の混在する流れの計算には、マッコーマック法などが有効とされている¹⁾。しかし、遷移部付近の計算は不安定な要素を含んでおり、場合によっては計算が発散することがある。本研究は、マッコーマック法による砂防ダムの堆砂計算時の不安定性の要因について検討し、根本的な解消法は見いだせていないが、比較的安定した計算の行える便宜的な方法について提案するものである。

2. 計算方法： 基礎式は、図-1の座標系による一次元浅水流方程式と河床変動の式を保存形で表した次式を用いる。



$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} = C + D$$

$$U = \begin{bmatrix} Bh \\ Q \\ z_B \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} Q \\ \frac{gBh^2}{2} + \frac{Q^2}{Bh} \\ \frac{q_B}{1-\lambda} \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 \\ gBh(i_B - i_F) \\ 0 \end{bmatrix}$$

表-1 ダム堆砂計算例の水力条件

計算例	初期河床勾配 i	単位沖流量 q (m ² /s)	限界水深 h _c (m)	せき上げ高 h ₀ (m)
No. 1	1/20	0.003	0.01	0.05
No. 2	1/20	0.003	0.01	0.20
No. 3	1/20	0.010	0.02	0.05
No. 4	1/20	0.010	0.02	0.10
No. 5	1/20	0.010	0.02	0.20
No. 6	1/20	0.024	0.04	0.20
No. 7	1/50	0.003	0.01	0.05
No. 8	1/50	0.003	0.01	0.20
No. 9	1/50	0.010	0.02	0.05
No. 10	1/50	0.010	0.02	0.10
No. 11	1/50	0.010	0.02	0.20
No. 12	1/50	0.024	0.04	0.20
No. 13	1/100	0.010	0.02	0.05
No. 14	1/100	0.010	0.02	0.10

ここに、B:水路幅、h:水深、Q:流量、z₀:河床高さ、g:重力の加速度、q_B:流砂量、λ:砂の空隙率、i_B:河床勾配、i_F:エネルギー勾配である。またDは人工粘性項で、拡散型とよばれる D=K(u_{x+1}h_i/Δx)(U_{i+1}ⁿ-2U_iⁿ+U_{i-1}ⁿ)を用い、Kは人工粘性係数で流れおよび河床変動に対して K_v および K_z とした。添え字 i, n は距離、時間軸上の計算点を示す。河床変動は、一様砂の掃流砂を対象として、芦田・道上の式を用いた。

3. 計算例に見みられる不安定性： 水路長さ 10m, 粗度係数 0.01, 河床砂の平均粒径 0.001m (σ=2.65) とし、計算間隔 Δx を 5cm および 10cm とし、表-1 に示すような水力条件でダムの堆砂計算を行った。ただし、人工粘性係数 K については、流れに対して跳水発生時の最適値²⁾を参考に若干安全側の K_v=5 を付加し、河床変動に対しては付加せず K_z=0 とした。図-2 には堆砂デルタが形成され始める位置から発散するまでの計算可能区間を実線で、発散後の計算不能区間を破線で、発散する位置とその直前のデルタ先端高さを Δx=5cm と 10cm に対して示している。図を見ると、デルタ先端の堆砂高 ΔZ と計算間隔 Δx が大きいほど計算の不安定性は増大することが分かる。また多くのケースで発散は ΔZ/h_c が 2~3 程度で起こっている。すなわちデルタ先端の高さが限界水深の 2 倍程度を越えると計算不能に陥る可能性が高くなり、何らかの解消法を取り入れなければならないことが分かる。

4. 計算の不安定要因： 計算の不安定要因の一つとして、堆砂先端部の流れが段落ち状になることが考えられる。また No. 1~6 で示した初期河床 1/20 の堆砂先端部の平均河床勾配はほぼ 1/50 となるので、図-3 のような段落ち流れについて計算の不安定性を検討してみる。図は段の高さを 5cm、Δx=50cm (Δx=5cm, 10cm でも同様な傾向にある) として計算した例であるが、水面形を見ると下流側水深が高い場合を除き、段落ち部の水深が等流水深 h₀ 以下になっていることが分かる。本来この水深は h₀ 以上にな

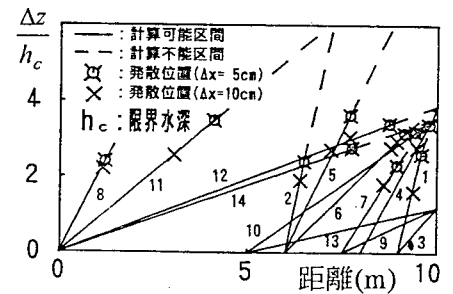


図-2 計算時の発散位置と堆砂高

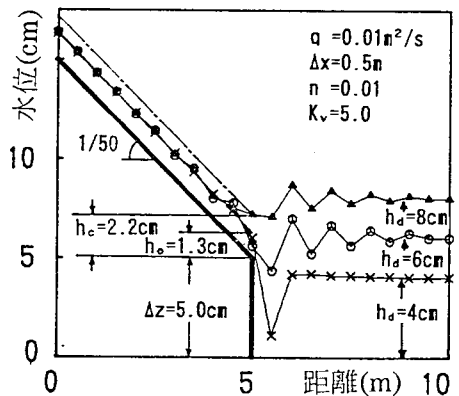


図-3 段落ち流れの例

るはずであり、 h_0 以下の計算結果は不安定要因の表れと思われる。そこで段の高さと下流側水深を種々変化させ段落ち先端部の水深を調べ図-4 に示した。ただし、図の縦軸は水深の代わりに段落ち先端部のフルード数 Fr と等流水深 h_0 のフルード数 F_{r0} との比 Fr/F_{r0} で表している。したがって $Fr/F_{r0} < 1$ の範囲が発生し得る領域(安定計算)、 $Fr/F_{r0} > 1$ の範囲が発生し得ない領域(不安定計算)となることを示している。つぎに図-4 から各 $\Delta z/h_c$ の値に対して $Fr/F_{r0}=1$ となる点を読みとり、図-5 の太線のように描き換える。図-5 の太線より右上側は安定計算が期待できる領域で、左下側は計算が不安定となる領域と考えられる。堆砂デルタ先端部付近の上流側で近似的に等流となるものとして、計算例 No. 5 の計算結果と同条件で行った実験結果から図-6 に示す各値を読みとり図-5 にプロットする。計算例の結果は終始不安定なところを推移しながら発散に至るが、実験結果は常に安定した領域を推移していることが分かる。

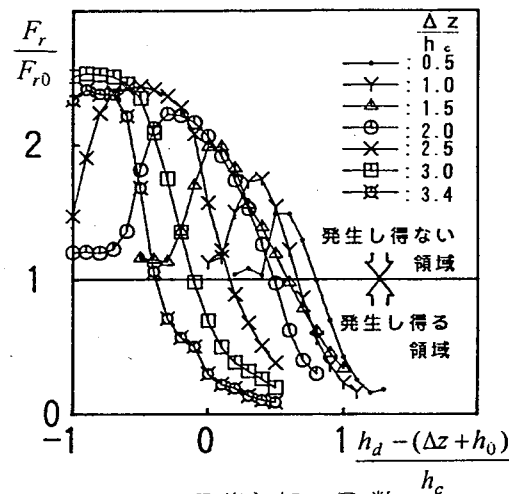


図-4 段落ち部の Fr 数

5. 不安定性の解消法： 計算の不安定性は Δx が大きいことおよび堆砂デルタ先端部で流れが段落ち状になり、しかも下流側水深が若干低くなることによると考えられる。そこでこの解消法としてつぎの便宜的な2つの方法を用いてみる。

- (1) Δx を小さくし、河床変動にも人工粘性項 (K_v) を付加する。
- (2) Δx を小さくし、図-7 のように堆砂デルタ先端の堆砂角が砂の水中安息角より大きくなるようにする。

計算例に対して上の方法を適用すると、いずれも満砂まで計算可能となる。河床変動に対して人工粘性係数 $K_v=0.2$ および 0.5 を付加したものと水中安息角 $\phi=35^\circ$ としたものの計算結果を図-5 に示す。前者の方法では、 $K_v=0.2$ と 0.5 の間に実験結果が示されており K_v は K_v より1桁小さい程度の値でよいことが分かる。ただし、 K_v を付加した計算結果は、詳細に見ると堆砂先端上部と脚部において解がなまり若干実験結果とずれる点が出てくる。また、後者の方法では Δx をある程度小さくしないと有効ではない。すなわち、図-7 において水中安息角を ϕ として $\Delta x/\Delta z > \tan \phi$ となる場合にのみ有効である。一方、図-2 に示したように不安定性の解消法を適用せずに安定して計算できる Δz の限度は $\Delta z \approx 2h_c$ であった。上の2式より後者の方法を有効に生かすには、計算間隔 Δx は次式

$$\Delta x < 2h_c / \tan \phi$$

を満足する程度の値とする必要がある。

6. おわりに： マッコーマック法を用いた砂防ダムの堆砂計算における安定性について、計算例を対象に検討した。得られた主な結果は、つぎの通りである。(1) 流れに対する人工粘性項 (K_v) のみを付加した場合、堆砂の始まる初期段階から堆砂先端部での計算は不安定で、堆砂高が限界水深の2倍程度を越えると発散に至ることが多くなる。(2) 河床変動に対しても人工粘性項 (K_v) を付加すると安定した計算が期待できる。この場合 K_v は K_v より1桁程度小さい値が適当である。(3) 計算間隔 Δx を $\Delta x < 2h_c / \tan \phi$ 程度に小さくし、堆砂先端部の堆砂角を水中安息角 ϕ 以下に保つことでも安定した計算が期待できる。(4) 上記の解消法で計算例の範囲では満砂まで計算できたが、いずれも便宜的な方法であり、堆砂高がどの程度のものまで有効であるかについてはまだ明らかにできていない。

参考文献： 1) 岡部・天羽・石垣：常流・射流の遷移を伴う不等流の数値計算法について、水工学論文集第36巻, pp337-342, 1992. 2. 2) 日下部・道上・藤田・檜谷・宮本：マッコーマック法を用いた砂防ダム上流の堆砂計算法に関する研究、水工学論文集第4巻, pp977-982, 1996. 2

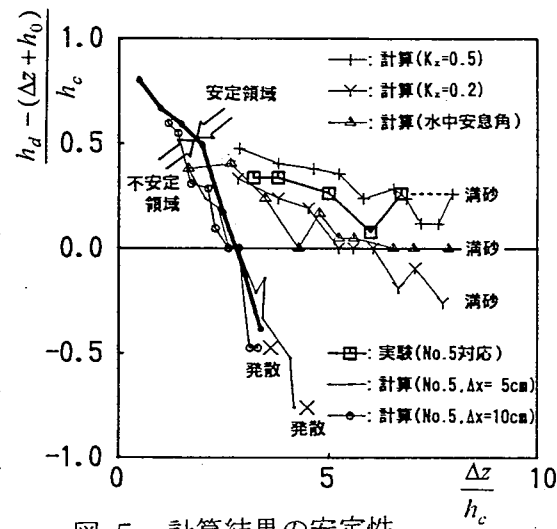


図-5 計算結果の安定性

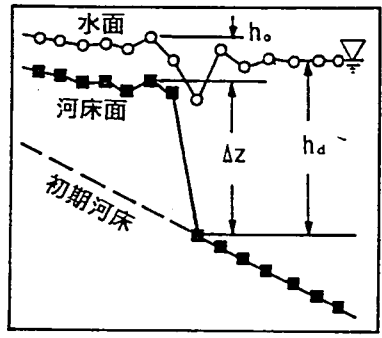


図-6 堆砂先端部付近の流れ

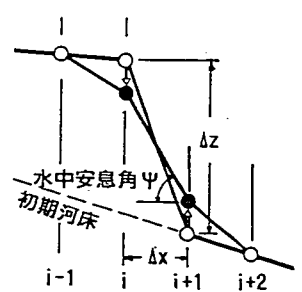


図-7 水中安息角による解消法