

69 急勾配流路における流砂量則

京都大学大学院 ○高濱 淳一郎
 京都大学防災研究所 江頭 進治
 京都大学防災研究所 芦田 和男
 京都大学大学院 田野中 新

1. まえがき 流砂には掃流砂、掃流状集合流動、土石流など様々な形態がある。本研究は、これら砂礫の運動を連続体として統一的に扱うことを目的としている。連続体において、応力はコントロールボリューム内のエネルギー収支によって決定される。江頭・芦田ら¹⁾は連続体力学の原理に基づいて混合物の流れを議論し、その運動方程式を導いた。本報ではこれを上層に水流の層がある層流状集合流動や掃流砂の領域に拡張して、流速分布式、濃度分布式および流砂量式を誘導する。さらに、本理論を水路実験に適用し、その妥当性を検討する。

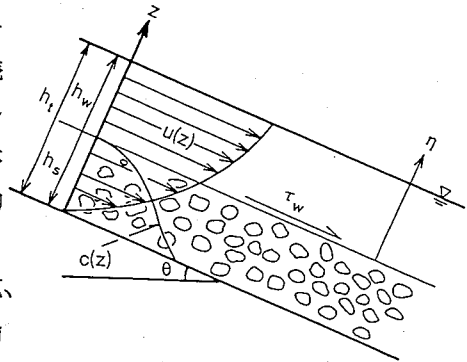


図-1

2. 基礎式 図-1に示すような上層に水流の層がある非圧縮性の混合物（水と固体粒子）の運動（2次元等流）を考える。砂の層については江頭・芦田ら¹⁾による構成則を用い、水流の層についてはプラントルの運動量輸送理論を用いる。

砂の層の運動方程式は次のようになる。

$$0 = \rho_m g \sin \theta + \frac{\partial \tau}{\partial z} \quad (1) \quad 0 = -\rho_m g \cos \theta - \frac{\partial p}{\partial z} \quad (2)$$

ここに、 ρ_m は混合物の密度で $\rho_m = \rho \{ (\sigma / \rho - 1)c + 1 \}$ 、 c は粒子体積濃度、 ρ 、 σ は水および粒子の密度である。式(1)を任意の点 z ($0 < z < h_s$)から、砂層と水流の層との境界 h_s まで積分すれば、

$$\rho g \sin \theta \int_z^{h_s} \left\{ \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) c + 1 \right\} dz + \tau_w - \tau(z) = 0 \quad (3)$$

τ_w は水流の層と砂層との境界でのせん断力で

$$\tau_w = \rho g h_w \sin \theta \quad (4)$$

ここに、 h_w は水流の層の水深である。江頭・芦田ら¹⁾は、内力としてのせん断力 $\tau(z)$ は粒子間摩擦によるせん断力 τ_y 、間隙流体の乱れによるせん断力 τ_f 、粒子の非弾性衝突によるせん断力 τ_c からなると考え、次式を得た。

$$\tau(z) = p_s \tan \phi_s + k_g \sigma (1 - e^2) d^2 c^{1/3} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + k_f \rho d^2 \frac{(1 - c)^{5/3}}{c^{2/3}} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \quad (5)$$

ここに、 p_s は粒子骨格による静的な圧力、 ϕ_s は粒子の内部摩擦角、 e は反発係数、 d は粒子径である。圧力 p は間隙水の圧力 p_w 、骨格力 p_s および衝突にともなう圧力 p_d からなるものと考えた。

$$p = \underline{p_w} + \underline{p_s} + \underline{p_d} \quad (6)$$

p_s は江頭ら¹⁾によれば、 $p_d/p_s = \alpha (=0.25)$ として

$$\frac{\partial p_s}{\partial z} = -\frac{\rho g}{1+\alpha} \cos \theta \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) c \quad (7)$$

さらに p_d に宮本²⁾の研究を適用すれば次式を得る。($k_g = 0.0828$)

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \cos \theta \left\{ 1 + \frac{(\sigma/\rho - 1)}{1+\alpha} c \right\} + k_g \sigma d^2 e^2 \frac{\partial}{\partial z} \left\{ c^{1/3} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right\} \quad (8)$$

式(8)を式(2)に適用すれば、z方向のつりあい条件は、

$$-\frac{\alpha}{1+\alpha} \rho g \cos \theta \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) c = k_g e^2 \sigma d^2 \frac{\partial}{\partial z} \left\{ c^{1/3} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right\} \quad (9)$$

x方向に関しては式(3)に式(4)、(5)、(7)を代入して整理すると、

$$d^2 \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 (f_f + f_g) = u_{*w}^2 + g \sin \theta \int_z^{h_s} \left\{ \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) c + 1 \right\} dz - \frac{\tan \phi}{1+\alpha} g \cos \theta \int_z^{h_s} \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) c dz \quad (10)$$

ここに、 $u' = \frac{u}{\sqrt{g h_s}}$ 、 $z' = \frac{z}{h_s}$ 、 $f_f = k_f \frac{(1-c)^{5/3}}{c^{2/3}}$ 、 $f_g = k_g \frac{\sigma}{\rho} (1-e^2) c^{1/3}$ 、 $u_{*w} = \sqrt{g h_w \sin \theta}$
 砂の層の流速分布・濃度分布は式(9)、(10)によって規定される。

水流の層の運動方程式は

$$0 = \rho g \sin \theta + \frac{\partial \tau}{\partial z} \quad (11)$$

$$0 = -\rho g \cos \theta - \frac{\partial p}{\partial z} \quad (12)$$

式(11)を任意の点z($h_s < z < h_t$)から h_t まで積分し、図-1の η を用いて表わせば、

$$\tau(\eta) = \rho g \sin \theta (h_w - \eta) \quad (13)$$

プラントルの混合距離 l を用いれば

$$\tau(\eta) = \rho l^2 \left(\frac{du}{d\eta} \right)^2 \quad (14)$$

となる。ここで、 l は、水流と砂層の流れとにおいて混合を許しているから、境界において l_0 の値を持つものと考え、次式のように与える。

$$l = l_0 + \kappa \eta \quad (15)$$

ここに、 κ は加算定数、 $l_0 = \sqrt{k_f} \left(\frac{1-c}{c} \right)^{1/3} d$

式(13)、(14)より、水流の層の流速分布は

$$\frac{du}{d\eta} = \frac{u_{*w}}{l_0 + \kappa \eta} \sqrt{1 - \frac{\eta}{h_w}} \quad (16)$$

3. 流砂量式 単位幅流砂量 q_b は次式で与えられる。

$$q_b = \int_0^{h_s} u(z) c(z) dz \quad (17)$$

q_b は式(9)、(10)の連立解 $u(z)$ 、 $c(z)$ によって与えられる。ここで近似解として濃度分布を $c=c_w/2$ とすれば、流速分布は次式のようなになる。

$$u'(z) = -\frac{2}{3B} \frac{1}{\sqrt{f_f + f_g}} \{A + B(1-z')\}^{3/2} \quad (18)$$

ここに、

$$A = \frac{h_s}{d^2 g} u_{*w}^2 \quad B = -\left(\frac{h_s}{d}\right)^2 \cos \theta \beta$$

このとき、全層厚に対する移動砂層比 h_s/h_t は、式(18)において底面での速度勾配をゼロとおくと $A+B=0$ であるから、次式で与えられる。

$$h_s/h_t = \tan \theta / (\beta + \tan \theta) \quad (19)$$

ここに、

$$\beta = \frac{\tan \phi}{1 + \alpha} (\sigma/\rho - 1)c - \tan \theta \{(\sigma/\rho - 1)c + 1\}$$

式(17)、(18)、(19)より q_b を計算して無次元流砂量の形にすれば次式が得られる。

$$\Phi = \frac{2}{15} \frac{1}{\sqrt{f_f + f_g}} \frac{1}{\cos^2 \theta} \frac{\beta^{1/2}}{(\beta + \tan \theta)^{5/2}} (\sigma/\rho - 1)^2 c_* \tau_*^{5/2} \quad (20)$$

$$\tau_* = \frac{g h_t \sin \theta}{(\sigma/\rho - 1) g d}$$

これによれば、無次元流砂量は無次元掃流力の5/2乗に比例する。

4. 適用例 水路実験では、2種類の一樣砂 ($d_{50}=0.144\text{cm}$ 、 $d_{50}=0.368\text{cm}$) を用いた。

図-2には h_s/h_t の実験値と理論値(式(20)による近似解と式(9)、(10)による厳密解)が示されている。近似解は流動層濃度を一定としているので、 $\theta=12^\circ$ 程度で $h_s/h_t=1$ となり、従来の土石流の下限勾配($\theta=14^\circ \sim 15^\circ$)とみなされている勾配より緩い勾配で砂粒子が水面まで分散している。しかし、これと厳密解との有意な差はない。実験値は読み取りの精度を考慮して、変動幅を含めてプロットしてある。図示のように勾配が大きくなるにともない、 h_s/h_t は増加しており、 $\theta=11^\circ$ においてはすでに砂層が水面まで達しているデータも見受けられるものの、全範囲を通じて本理論は実験値をよく説明している。

図-3-(a)、(b)は代表的なケースにおける流速分布の理論値と実験値とを比較したものである。パラメータとして $\sqrt{k_f}=0.4$ を用いているが、厳密解では比較のため $\sqrt{k_f}=0.5$ についても計算してある。図示のように厳密解、近似解ともに実験値とよく一致している。他の計算例と実験値を比較すれば次のことが言える。近似解は濃度分布の仮定のため、勾配の大きな領域では若干小さめの流速を与えるが、勾配の小さな領域では実験値との対応はよい。厳密解は全体を通して実験値をよく表しているようである。

図-4は式(20)による流砂量の近似解と実験値とを比較したものである。計算に用いるパラメータとして $\sqrt{k_f}=0.4$ を用いている。ここには厳密解は示されていないが、数値計算によって求められた厳密解と近似解には有意な差がないことが分かっている。データは粒径や勾配別に示されているものの、

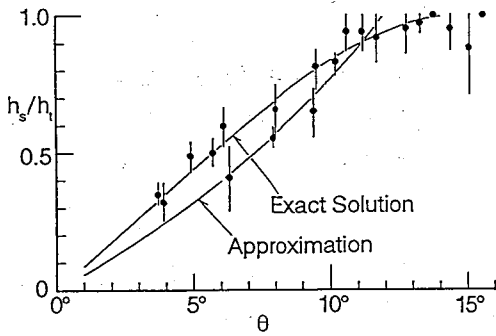


図 - 2

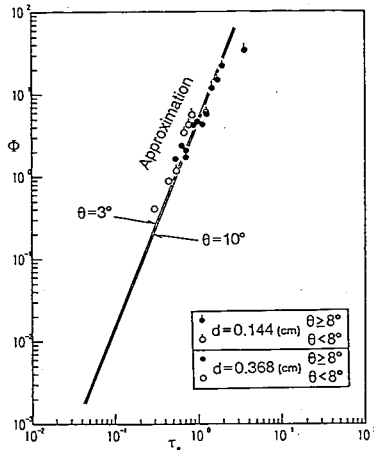


図 - 4

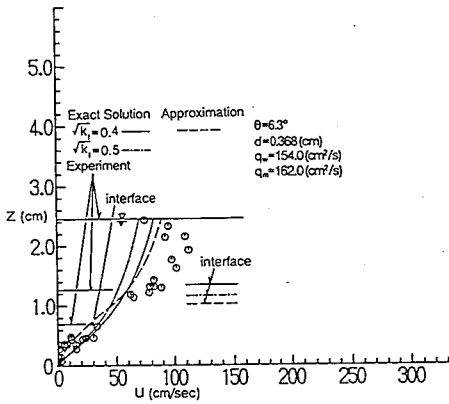


図 - 3 - (a)

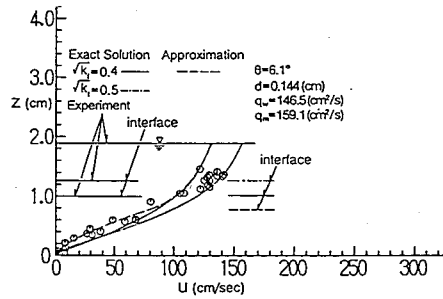


図 - 3 - (b)

これらによる有意な差は現れていない。一方、式(20)による Φ も勾配による有意な差は現れていない。図から明らかなように理論値と実験値はよく一致している。

5. おわりに 連続体解析による流砂量式を提案しその妥当性を調べた。これにより今回の実験範囲 ($\tau_0 = 0.3 \sim 4$) における本理論の妥当性が確かめられた。本理論の適用範囲を明確にするためには τ_0 の小さい範囲での実験や勾配の小さい範囲での実験が必要である。特に勾配の緩い流れにおける流砂量式も本理論において、間隙水の乱れによるせん断力 τ_i を省けば、十分に説明のつくことが分かっている。その物理的意味が解決できれば本理論の汎用性は高まると思われる。

参考文献 1) 江頭・芦田・矢島・高濱：土石流の構成則に関する研究、京大防災年報、32号B-2、1989
 2) 宮本 邦明：Newton流体を含む粒子流の流動機構に関する研究、立命館大学学位論文、1985、39-72