

1. はしがき

河道の土砂の一貫した平衡、それにおける砂防ダムの土砂の調節能力を明確にするためには、縦断方向の平衡だけでなく、横断方向にも平衡であることが必要である。現在の河道の将来の変動を予測するためには、改修された河幅でなく、流れ自身で作る河幅で予測する必要がある。

安定な横断形については、従来より Regime Theory によって、水理量の関係が示されているが、これらは、水理量が互いに独立であるとして、経験的に求められたものである。これらの関係は、流水の運動式、連続式、流砂の運動式、流水の抵抗式に、流路の形状を規定する式を連立に解くことによって得られる。ただ、流路形状を説明する式、例えば流路幅と水深の関係が流砂のない場合は別として、何によって規定されるかが不明である。

横断形状を規定する関係については、いくつかの考察がなされており、成果があげられているが、これらの解は、未知数の数と式の数が合わないため、自由度が大きい状態で残されている。

本文は、横断面の平衡条件は縦断方向の平衡条件の条件を満足させる必要があると考え、既往の研究にこの条件を加え、自由度をなくすことを試みた。

2. 横断形状に関する従来の研究とその問題点

Parker¹⁾は、側岸部の形状については、側岸上では、限界掃流力以下の掃流力が生じ、河道部では、限界摩擦力以上のせん断力が働いて、砂の移動があるという条件で導いている。中央部では、ただ抵抗則を満たすという条件だけを与えて、流路幅を固定する条件はきわめていない。そうして、粒径 d 、水深 h 、流路幅 B 、勾配 S 、流量 Q 、流砂量 Q_s 。(うち h と S との関係を除いて) の5つの未知数のうち2つを与えると他の3つは定まるとしている。このように、変数が自由に選べるとしているが、自然の河道では、各要素は独立ではなく、何らの法則のもとに相互に依存関係にあると観察される。

Yang²⁾は、自然河道の横断形は、単位時間当りのエネルギー消費率が最小になるよう、自己調節するとして、単位時間当りのエネルギー消費率は、結果的に $\rho g Q S$ となることから、流砂量式と抵抗則式に、 Q 、 Q_s が与えられたとき、 h と B を与えて、 S が最小になる h と B を求め、これが自然河道の条件とよく一致するとしている。Yang の考え方によると、 $\rho g Q S$ が最小の条件は、 Q が一定のとき、 S が最小、すなわち、河道に流砂がなくなるときに、この条件が成立する。河道に流砂があつて平衡している状態の説明は不十分である。

以上の問題を解決するには、多くの考察を必要とするが、最も重要な問題は、条件式が不足しているためである。そこで条件式として、流砂のある断面では、当該断面の条件は、上流断面との流砂の平衡条件と抵抗則で規定されるので、この条件を取り入れる必要がある。

3. 縦断方向の動的平衡条件

3. 1 定常流の動的平衡条件

流路幅および流路床砂礫の粒径が一定であれば、平衡等流水深 h_0 、および平衡等流勾配 S_0 は、それぞれ、慣用の記号を用いて、流砂量式に、佐藤、吉川、芦田式を用いたとき、次のように表される。

$$h_0 = \left(\frac{g n^2 Q^2}{U^2 B^2} \right)^{1/2}, \quad S_0 = \frac{n^2}{h_0^{5/3}} \left(\frac{Q}{B} \right)^2 \quad (1)$$

したがって、幅が変化した任意の点の平衡等流水深および平衡等流勾配は、基準点のそれに添字 1 をつけて

$$h_0/h_{01} = (B/B_0)^{-2/3}, \quad S_0/S_{01} = (B/B_0)^{-2/3} \quad (2)$$

となる。流砂量式に、Brown 公式を用いたとき、式(2)における指数はそれぞれ $-24/35$ および $-2/7$ である。

3. 2 非定常流による平衡条件

著者は⁴⁾非定常流下の河道の平衡条件として、一洪水中の流砂量が河道の任意の点で等しいという条件を用いて、縦断方向の平衡勾配を求めた。すなわち、一洪水中に通過する流量は、下流に行くに従って増加するが、この間に移動する流砂量は等しく、従って河床の高さは変化しないという考え方にもとづくもので、洪水曲線は図1によって表され、ピーク流量 Q_p はラショナル式で表されるとす

るとこの期間中の全流砂量 Q_s は

$$Q_s = \int_0^T B q_s dt = \frac{2}{5} B \alpha'' (g s)^{3/2} T \cdot h_p^{3/2} \left\{ 1 - \frac{5}{4} \left(\frac{h_{cs}}{h_p} \right)^{1/2} \right\} \quad (3)$$

ここに、 $\alpha'' = \{ \rho / (\sigma - \rho) g \} \phi_1$ 、 h_{cs} は砂粒が動き始める水深、 h_p はピーク水深である。この流砂量 Q_s は

$$Q_s = (4/5) \alpha'' g^{3/2} R_r (0.278 r_m)^{-0.1} B^{0.1} S^{1.05} A_1^{0.9} n^{0.9} \times \left[1 - \frac{5}{4} (k_c^{0.5} g^{-0.5} d_s^{0.5} S^{-0.35} A_1^{-0.3} n^{-0.3} B^{-0.3}) \right] \quad (4)$$

[]内は限界掃流力下の掃流力の項

となる。 Q_s がどこでも等しいとき、基準点の位置の流砂量を Q_{s0} とすると、 $Q_{s0} = Q_s$ より任意点の勾配 S_0 に対して任意点の勾配 S を

$$S = S_0 (R_r / R_{r0}) (r_m / r_{m0})^{-0.1} (B_0 / B)^{0.0951} (A_{10} / A_1)^{0.855} (n_0 / n)^{0.855} (\Gamma_0 / \Gamma)^{0.951} \quad (5)$$

と表した。ここに、 R_r ；一降雨中の全有効雨量、 r_m ；有効雨量の到達時間内の平均値、 B ；河道幅、 A ；流域面積、 n ；Manning係数、 Γ ；掃流力中の限界掃流力に相当する部分の補正項、である。仮に、右辺の S_0 および B の項以外の項の比は全て1とすると

$$S / S_0 = (B_0 / d_s)^{0.0951} \cdot (d_s / B)^{0.0951} \quad (6)$$

となる。この結果は式(2)と一致する。

4. 流路幅と水深の関係

もう一つの条件として、抵抗則がある。抵抗則は勾配と水深によって規定されるがある抵抗に打ち勝つために、流れが勾配、水深のどちらを増加して対応するが未解決である。ここではこれを間接的に表すものとして、水深と流路幅の関係で表すことにする。

砂礫床上に水を流して、自由に河道を形成させて、そのときの水深 h と流路幅 B の関係は著者らの実験によると、図2、3のようになる。Simons³⁾らの実験をも併記したが、これらは

$$h = \alpha B^N \quad (7)$$

$N = 2/3$ と表せよう。さらに側岸が安定していても、側岸前面の河床に作用する掃流力が、限界掃流力を少し上回るかどうか、側岸の材料が少し侵食に抵抗があるかどうかによって、水深と流路幅の関係は、式(7)で表わしたときに α と指数 N は摩擦速度 u_* の関数であることを示している。この結果は、平衡な流路の実験値、実測値をもとにしているため、抵抗則を表すと同時に式(6)の関係をも表すものと考えられる。

5. 流路幅、水深と流量の関係

5. 1 流砂量式 流砂量式として、次式を用いる。

$$q_* = \alpha_1 \tau_*^m \quad (8)$$

ここに、 $q_* = q_s / U_* d_s$ 、 $\tau_* = U_*^2 / (S-1) g d_s$ で、 q_* と τ_* との関係は、両対数上で必ずしも直線でないため、両者の関係を式(8)で表すため、 τ_* の範囲を区切って、 α_1 、 m を決める必要があり、佐藤、吉川、芦田公式によって、表1のように定める。

流砂量 q_s を、その容積濃度 C で表すと、流量 Q と q_s 関係は、流路断面形

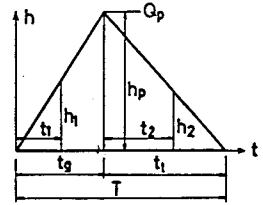


図1 想定洪水曲線

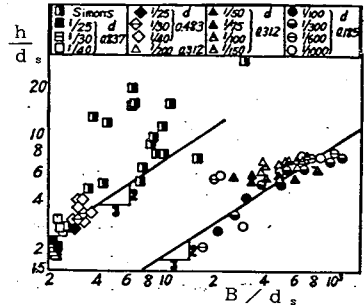


図2 流路幅と水深との関係

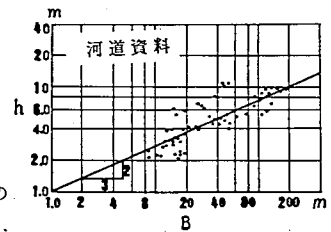


図3 流路幅と水深との関係

を、長方形とみなし、その幅をBとすると、つぎのように表される。

$$Q = \frac{q_B B}{C} = \{ \alpha_1 g^{1/2} (s-1)^m d^{m+1} c \} B h^{m+1/2} I^{m+1/2} = \alpha_2 B h^{m+1/2} I^{m+1/2} \quad (9)$$

表1. 流砂量式の定数および指数

範 囲	α_1	m
$0.05 < \tau_* < 0.08$	3×10^6	8
$0.08 < \tau_* < 0.13$	2×10^1	2.75
$0.13 < \tau_*$	6×10^{-1}	1.0

5. 2 抵抗則 平均流速式として、次式を用いる。

$$\frac{U_m}{U_*} = E \left(\frac{R}{R_s} \right)^n \quad (10)$$

$n=1/8$ とすると、

$$U = E \left(\frac{g^{1/2}}{R_s^{1/6}} \right) R^{2/3} I^{1/2} \quad (11)$$

となる。著者らの実験によると、流れが自己形成した流れでは、 $R = \alpha_3 h$ とおけるので、

$$U = \alpha_3^{2/3} E \left(\frac{g^{1/2}}{R_s^{1/6}} \right) R^{2/3} I^{1/2} \quad (12)$$

k_s は、 τ_* または、Frouds数の関数であるが、十分に関係づけられていないので、とりあえず

$$U = \alpha_4 R^{2/3} I^{1/2}, \quad \alpha_4 = \alpha_3^{2/3} E (g^{1/2} / R_s^{1/6}) \quad (13)$$

とする。

5. 3 流路幅、水深と流量との関係

式(8)に式(7)および式(13)を代入すると、

$$h = \frac{\alpha_2^{\beta_2} \cdot \alpha_6^{\beta_6}}{\alpha_4^{\beta_4}} Q^M = K_1 Q^M \quad (14)$$

ここに

$$M = \{ 2 - (m + \frac{1}{2})^{-1} \} / [(\frac{7}{3} + \frac{2}{N}) - \{ N(m + \frac{1}{2}) \}^{-1}]$$

$$K_1 = \alpha_2^{\beta_2} \cdot \alpha_6^{\beta_6} / \alpha_4^{\beta_4}, \quad \beta_2 = \{ (m + \frac{1}{2}) (\frac{7}{3} + \frac{2}{N} - \frac{1}{N}) \}^{-1}$$

$$\beta_6 = \{ \frac{2}{N} - \frac{1}{N} \frac{1}{(m + \frac{1}{2})} \} / (\frac{7}{3} + \frac{2}{N} - \frac{1}{N} \frac{1}{(m + \frac{1}{2})}), \quad \beta_4 = 2 / [(\frac{7}{3} + \frac{2}{N}) - \frac{1}{N} \frac{1}{(m + \frac{1}{2})}] \quad (15)$$

$$\beta = (h/\alpha_6)^N = (K_1/\alpha_6)^{\beta_2} \cdot Q^L, \quad L = N^{-1} \cdot M$$

と表せる。

指数m、定数 α_1 が、 τ_* の大きさで変わるので、それによって式(7)の指数Mが変動するのならば、この式は、使えない。m、 α_1 をそれぞれの領域で与えて、その変化を調べたのが図4である。この結果によると、 τ_* の大きさで、m、 α_1 が変わってもM、Nの変動は少なく、とくに、 τ_* が大きくなって浮遊砂が問題になる所では少し変化を示すが、ここで対象とする τ_{*c} を少し上廻るところでは殆ど変化がない。

ただ、 $N = 2/3$ の場合Mが、ほぼ0.36と、Regime theoryの $h \propto Q^{0.36}$ に対応するのに対し、 $N = 1$ の場合は $M^1 = 0.45$ と大きくなる。また、水路幅と流量の関係は、 $N = 2/3$ のとき、 $B \propto Q^L$ の $L = 0.50$ と Regime theoryのそれと一致するが、 $N = 1$ のときは $L = M$ となる。

式中の α の値は、それぞれ次のようになる。

α_2 は式(9)の { } の値に相当し、

$$\alpha_2 = \frac{\alpha_1 g^{1/2}}{(s-1)^m d_s^{m+1} c}, \quad c = \frac{Q_B}{Q} \quad (16)$$

α_1 、 m は表1より与えられる。 c の値が正確に決め難いときは、式(9)を変形すると、

$$Q/B = \alpha_2 h^{m-1} I^m h^{3/2} I^{1/2} \quad (17)$$

となるので、これを流速公式と見なすと、

$$\alpha_2 h^{m-1} I^m = n^{-1}, \quad n: \text{Manning 係数} \quad (18)$$

より、

$$\alpha_2 = n^{1-m} / n I^m \quad (18)$$

である。 $n = \alpha_5^{1/6} / 7.66 \sqrt{g}$ とすることができよう。

α_4 は n^{-1} 、 α_6 は図2上の $B=1$ における h の値である。

以上の計算法を検査するため、Simonsの収集した安定河道のデータを対象にして、定数を求め、水深を式(14)より計算した結果を表2に示す。ただし、このデータは、 $q_{B*} = 0.019 \tau_*^{2.5}$ 、 $h/d = 0.64 (B/d_s)^{2/3}$ と表された。 α_2 は式(18)より求めた。 $\alpha_6 = 0.64 d_s^{1/3}$ である。 α_2 が大きな値を示すが、 $\alpha_2 \beta_2$ は妥当な値になる。

計算水深は、測定値とほぼ一致している。

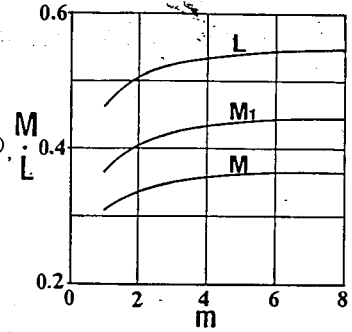


図4 Regime式の指数

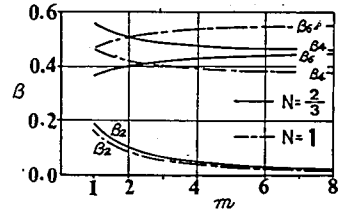


図5 常数各項の指数

表2. 実河川への適用結果

地点名	Q(m ³ /s)	S×10 ³	h(m)	B(m)	$\alpha_2 \times 10^{10}$	$\alpha_2 \beta_2$	α_4	$\alpha_4 \beta_4$	α_6	$\alpha_6 \beta_6$	K ₁	Q ^M	計算h(m)
8	5.41	0.29	0.802	14.0	3.6	7.89	37.0	6.09	0.072	0.348	0.451	1.71	0.807
13	21.3	0.166	1.747	15.6	5.81	8.22	47.6	6.90	0.165	0.487	0.581	2.87	1.67
11	5.61	0.268	0.856	12.8	4.13	7.99	38.5	6.20	0.070	0.333	0.429	1.81	0.776
23	10.3	0.388	0.899	19.8	1.36	7.27	34.5	5.87	0.063	0.319	0.395	2.24	0.885

6. むすび

従来の安定断面形の計算は、関係する要素が互いに独立であるとして解かれているが、流砂現象に関係する要素は互いに従属し合っているため、横断方向の条件に、縦断方向の安定を規定する式を加える必要があることを述べ、その条件として水系を通じて一洪水期間中の流砂量を等しくすることを提案した。

実験値との比較においては、抵抗則と $h \propto B^N$ の関係のみを用いた解析値と比較した。これが比較的、実測値と良く一致しているのは、 $h \propto B^N$ の関係が、抵抗則と同時に、上下流の動的平衡の条件をも表しているためと考えられる。

つぎに水深と流路幅の関係を $h \propto B^N$ としたとき、流砂が存在するときは $M=2/3$ となり、この場合が従来のRegime式の指数に一致することを示した。

参考文献

- 1) Parker, G ; Self-formed Stright Rivers with Equilibrium banks and mobile bed Part 2
Jour. Fluid Mech. Vol.89 Part 1, 1978
- 2) Yang, H ; Stable Alluvial Canal Design ASCE, Vol.106, No.HY5, 1980. pp.873-891.
- 3) Simons, D ; Uniform Water Conveyance Channels in Alluvial Material. ASCE. HY5, 1960.
- 4) 大同淳之 ; 水系一貫の考え方の砂防ダムのあり方とその作用, 昭和51年度砂防学会研究発表会概要集,
pp.74-75