

61 ガラスビーズを使用した土石流実験 (VI)

- 擬似定常部の運動機構 -

京都大学農学部 ○中島皇 武居有恒 小橋澄治

はじめに

土石流には縦断形状が凸型に盛り上がった先端部とそれに続くほぼ一定の流動深を持つ擬似定常部が存在し、これらの部分はほぼ一定の波形を保って流下することが観測並びに実験によって知られている。高橋¹⁾は土石流の先端部と擬似定常部は元河床部を侵食せずに河床上を流れ、後続部が元河床を侵食して取り込みが起こるとしているが、筆者らが前報で述べた運動機構は先端部が元河床からの取り込みによって次々に前方に形成され、その後安定した擬似定常部が拡大していくというモデルである。本報では、擬似定常部における粒子間力について従来の研究と比較・検討し、接触力的な力を考慮した抵抗則を提案する。

1. 先端部と後続流

土石流には表面勾配が急激に変化し波高が大きくなっていく先端部とそれに続く後続流があり、後続流は波高がほぼ一定の擬似定常部と表面勾配がほぼ一定で波高が小さくなっていく後続部に分けられる。先端部からのx方向の流速分布を比較すると、先端近くでは上に凸の流速分布形を示し、擬似定常部では下に凸の形に変化し、その分布形は変化せずほぼ同じ形を示す。後続部の分布形は途中に変曲点を持つ形に変化する。またy方向の濃度分布についても各部分で違いがみられる。

2. 擬似定常部の運動機構

2.1 従来の抵抗則の検討

開水路における二次元等流においては、y(水路床に対して垂直)、x方向に次の式が成り立つ。

$$(\sigma - \rho) g \cos \theta \int_0^h C dy = N \quad (1)$$

$$\left\{ \sigma \int_0^h C dy + \rho \int_0^h (1-C) dy \right\} g \sin \theta = T \quad (2)$$

ここに、 ρ ;水の密度、 σ ;粒子の密度、 d ;粒子の直径、 C ;水路床からの高さ y の点の濃度

θ ;水路勾配角度、 g ;重力加速度、 h ;流動深、 N ;垂直応力、 T ;剪断応力

ここで、(1)、(2)式を微分すれば次式が得られる。

$$(\sigma - \rho) C g \cos \theta = \frac{\partial N}{\partial y} \quad (3)$$

$$\left\{ (\sigma - \rho) C + \rho \right\} g \sin \theta = \frac{\partial T}{\partial y} \quad (4)$$

この二式を連立させて解くと $\partial C / \partial y$ なる濃度勾配が規定される式が得られ、濃度分布が求めら

れる。それを(1)式または(2)式と連立させれば、 du/dy なる速度勾配を規定する式が得られ、これを積分することによって流速分布が求められることになる。

さて、ここで問題になってくるのがN、Tの力である。

高橋¹⁾は衝突による分散力が卓越する領域では、粒子間力としては他の力を無視することができるとしてBagnoldの研究を適用し、

$$N = a_i \sin \phi \sigma d^2 \lambda^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2 \quad (5)$$

$$T = N \tan \phi \quad (6)$$

ここに、 C^* ;最密充填濃度、 ϕ ;粒子の動摩擦角、 λ ;線密度、 a_i ;係数

u ;底面からの高さ y の点の速度、 du/dy ;速度勾配

椿・橋本²⁾は粒子の衝突を詳細に分析し、Nについては分散力の他に接触力を考慮し、TについてはBagnoldと同様の形の以下のような式を与えている。

$$N = \frac{A_{zz}}{A_{zx}} \cdot \left(1 + \frac{\rho}{2\sigma}\right) \cdot T - K_0 \cdot \frac{C}{C^*} \cdot \frac{C - C^*}{C_s} \quad (7)$$

$$T = K_n \sigma d^2 \frac{(C/C^*)^2}{1 - C/C^*} \left(\frac{du}{dy} \right)^2 \quad (8)$$

ここに、 C_s ;表面濃度、 μ ;動摩擦係数、 A_{zx} ・ A_{zz} ; μ の関数、 K_n ;定数、 K_0 ;比例係数

宮本³⁾はエネルギー保存則を考慮した考察から、ニュートン流体を含む粒子流の重力流動に対して、衝突に関する力は反発係数で説明ができるものとして最終的には以下のような式を提案している。

$$N = N_s + f(C) e^2 \sigma d^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2 = N_s + N_d \quad (9)$$

$$T = T_s + f(C) (1 - e^2) \sigma d^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2 = T_s + T_d \quad (10)$$

$$T_s = N_s \cdot \tan \phi_s, \quad T_d = N_d \cdot \tan \phi_d = N_d \cdot \frac{1 - e^2}{e^2}$$

ここに、 e ;粒子の反発係数、 ϕ_s ;静的な内部摩擦角、 ϕ_d ;動的な内部摩擦角

ただし、 $f(C)$ の関数形は今後の課題としている。

2.2 抵抗則の提示

本実験では擬定常部の x 方向の流速分布形は前報で報告したようにダイラント流体の分布形に近いが、 y 方向に濃度分布があり、その分布形は上に凸の形を示している。椿ら²⁾や高橋⁴⁾が濃度分布式を提案しているが、どちらの分布形も下に凸で底面付近で濃度勾配が大きく、上方になるに従って均一濃度になるような分布を示し、本実験の分布形を説明することは難しい。重力流動においては椿・橋本や宮本が指摘しているように、粒子がすべて分散しているとは考えにくく接触力を考慮する必要がある。しかし、高橋が適用したBagnold的な分散力も大きなウエートを占めることも事実だと思

No.159 Db=5.0 h=10.72

H	c	λ	du/dy	N	Nd	T	Td	Ns	Ts	φs
9.86	0.500	7.12	2.99	618.0	10.3	408.9	6.2	607.7	402.6	33.53
8.11	0.590	12.61	3.59	1256.2	46.7	794.5	28.1	1209.4	766.5	32.36
8.25	0.625	17.00	4.07	2028.7	624.8	1247.7	375.4	1403.9	872.3	31.86
7.29	0.625	17.00	6.17	2897.8	1433.6	1757.5	861.4	1484.2	886.1	31.47
5.57	0.625	17.00	8.98	4442.8	3040.5	2563.9	1826.8	1402.4	837.0	30.83
3.70	0.625	17.00	11.20	6132.8	4726.5	3655.2	2335.2	1407.4	815.9	30.10
0.0	0.625	17.00	14.67	9464.5	8111.4	5609.5	4873.6	1353.1	735.8	28.54

No.168 Db=3.0 h=8.22

H	c	λ	du/dy	N	Nd	T	Td	Ns	Ts	φs
7.56	0.500	7.12	3.65	473.9	15.4	313.5	8.3	458.5	304.3	33.57
6.99	0.585	12.14	4.37	959.1	64.0	608.1	38.5	895.0	569.6	32.47
6.33	0.620	16.22	5.40	1546.7	785.7	954.2	472.1	761.0	482.1	32.36
5.59	0.620	16.22	7.31	2207.8	1438.2	1343.6	864.1	769.6	478.4	31.92
4.27	0.620	16.22	9.93	3333.1	2655.0	2035.8	1595.2	728.1	440.6	31.18
2.84	0.620	16.22	12.07	4668.6	3925.8	2793.0	2358.8	742.7	434.2	30.31
0.0	0.615	15.50	19.07	7182.3	6683.4	4279.8	4015.6	498.9	264.2	27.80

No.177 Db=1.5 h=6.30

H	c	λ	du/dy	N	Nd	T	Td	Ns	Ts	φs
5.80	0.500	7.12	4.76	363.2	26.2	240.3	15.7	337.0	224.6	33.68
5.35	0.585	12.14	6.55	735.1	143.8	466.0	86.4	581.2	379.6	32.70
4.85	0.610	14.84	8.93	1178.2	924.1	729.2	555.2	254.1	174.0	34.40
4.28	0.610	14.84	11.07	1676.7	1420.8	1025.3	853.7	255.8	171.6	33.86
3.28	0.610	14.84	14.17	2522.9	2326.5	1551.7	1397.8	236.5	153.9	33.06
2.17	0.610	14.84	16.80	3532.2	3312.7	2127.5	1890.4	219.6	137.1	31.98
0.0	0.605	14.22	29.05	5427.5	5211.7	3258.0	3131.4	215.8	126.6	30.40

われる。つまりNおよびTはそれぞれ、速度勾配の2乗に比例する項とそれ以外の項の和として表すのが妥当だと考えられる。

ここでは $N = Nd + Ns$ 、 $T = Td + Ts$ と考え、 Nd 、 Td には速度勾配の2乗に比例する項(動的な項)としてBagnoldによる分散力を Ns 、 Ts は宮本の考え方による Td 以外の力の項(静的な項)で濃度によって決まると考える。

さて、ここで問題になるのが Ns 、 Ts の式である。実験値から仮の濃度、速度勾配を読み取り、 Ns 、 Ts を算出すると表1に示すように Ts/Ns は一定に近い値をとるようになる。 Ns 、 Ts と λ の関係を示すと図1になり、 Ns と λ の関係式は、

$$Ns = m(\lambda - a)^2 \quad m, a \text{ は定数}$$

Bagnold⁵⁾の実験結果によると分散力は λ (線密度)が14以上になると急激に大きくなる。

$\lambda = 14$ とは $C = 0.601$ であり、他の粒子を乗り越さずに流動可能な粒子配列(yz平面では正三角格子、xz平面では正方形格子)の限界値 $C = 0.604$ に近い値であり、物理的な意味もある。接触力が生じる限界値を λ_0 として、 $a = \lambda_0$ 、 $m = k$ (kは比例定数)とすると

$$Ns = k(\lambda - \lambda_0)^2 \cos \phi_s$$

$$Ts = k(\lambda - \lambda_0)^2 \sin \phi_s$$

よって、

$$N = a_1 \cos \phi_s \cdot \sigma d^2 \lambda^2 \left(\frac{du}{dy}\right)^2 + k(\lambda - \lambda_0)^2 \cos \phi_s \quad (11)$$

$$T = a_1 \sin \phi_s \cdot \sigma d^2 \lambda^2 \left(\frac{du}{dy}\right)^2 + k(\lambda - \lambda_0)^2 \sin \phi_s \quad (12)$$

$$Ts = Ns \cdot \tan \phi_s, \quad Td = Nd \cdot \tan \phi_s$$

$$\lambda = \left\{ \left(\frac{C^*}{C} \right)^{1/3} - 1 \right\}^{-1}$$

$$\left. \begin{aligned} \lambda_0 = 14.0 \quad a_1 = 0.042 \quad \lambda < \lambda_0 \\ a_1 = (\lambda - \lambda_0) \cdot 0.066 + 0.042 \quad \lambda \geq \lambda_0 \end{aligned} \right\}$$

ここで(3)、(4)式にこのN、Tを代入して連立させて解けば

表-1 Ns、Tsの計算値

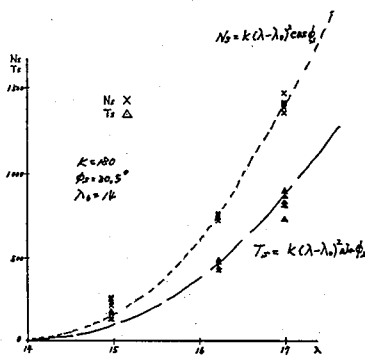


図-1 Ns、Tsとλの関係

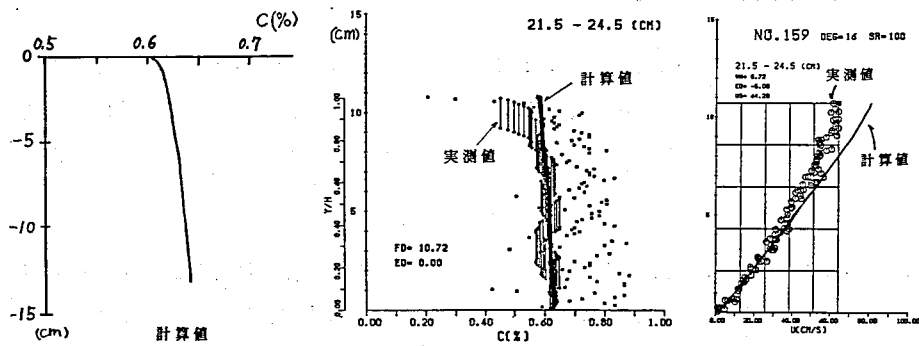


図-2 濃度分布・流速分布(実測値・計算値)

$$\frac{\partial \lambda}{\partial y} = \frac{C(\sigma - \rho)\sin(\phi_s - \theta) - \cos \phi_s \sin \theta}{2k \sin(\phi_s - \phi_a)(\lambda - \lambda_a)} \quad (13)$$

となり、この式において k 、 ϕ_s 、 ϕ_a が決まれば y 方向の濃度分布(C または λ)が求められることになる。次に、濃度分布を(1)に代入して du/dy 求め、それを積分すれば、流速分布が求められる。

2.3 実験による検証

2.2で述べた方法により、 $k=180$ 、 $\phi_s=31.5'$ 、 $\phi_a=29.0'$ として、濃度分布・流速分布を求めると図2になる。濃度分布については数厚5cmの実測値を表面付近を除けばよく再現している。流速分布に関しては濃度分布の場合と同様に実測値と計算値はかなりよく適合しているが、濃度分布の適合していない部分から実測値と計算値がはずれる傾向にある。

3. まとめ

濃度分布については先端部では元河床部から段波部分まで、ほぼ均一濃度と見なせる様な直線的な分布を示し、擬似定常部については、元河床の上部から徐々に濃度が小さくなるような上に凸の分布形を示す傾向にあり、後続部でも擬似定常流部と同様に上に凸の分布形を示すが、濃度勾配は大きくなる。また、 x 方向の流速分布については先端部では表面に近い部分では下に凸、元河床部では上に凸または直線的な分布形を示し、擬似定常部分では下に凸な分布形を示し、無次元表示にするとダイラタント流体的な分布形を示し、後続部では流速分布は途中に変曲点を持つ分布形になる。擬似定常部の粒子間力に検討を加え、接触力として $(\lambda - \lambda_a)^2$ に比例するような力を導入すれば、上に凸の濃度分布形も表せ、濃度分布・流速分布もある程度再現できることを示した。

参考文献

- 1) 高橋保;土石流の発生と流動に関する研究,京都大学防災研究所年報 20-B-2,405~435,1977
- 2) 椿東一郎ほか;土石流における粒子間応力と流動特性,土木学会論文報告集 No.317,79~91,1982
- 3) 宮本邦明;Newton流体を含む粒子流流動機構に関する研究,立命館大学学位論文,1~72,1985
- 4) 高橋保;土石流の流動機構,混相流シンポジウム論文集,187~203,1983
- 5) Bagnold,R.A.; The shearing and dilatation of dry sand and the 'singing' mechanism, Proc.Roy.Soc.A-295,219~232,1966