

## 粒子法（Position Based Fluids）を使った流木シミュレータ

国土防災技術株式会社 大野亮一

### 1. 着眼

近年、粒子法を使った流れ解析が盛んで砂防分野でもいくつかの研究<sup>1), 2), 3)</sup>が発表されている。SPH法やMPS法などの粒子法は、流体の基本方程式であるナビア・ストークス方程式（以降NS式）を解くが、このとき圧力で数値振動が生じやすく<sup>4)</sup>、現在のコンピュータ能力でもその計算は基本的に重い。これに対して、従来の差分法による二次元汎濫解析は、浅水方程式を対象とし圧力は静水圧想定で、粒子法に比べ計算が軽い。同様の観点から山地での水流れ計算において、粒子法で浅水流を解いた試み<sup>5)</sup>がある。著者は差分法で土石流の二次元汎濫解析を実施した経験から、汎濫範囲を決定づける重要因子は、水量、土砂量、地形（位置エネルギー）の3つと捉え、その観点から広域を対象に土石流計算をする上で、必ずしもNS式の圧力を計算する必要はないと考え、本研究に着手するに至った。

本稿で取り上げるPosition Based Fluids<sup>6)</sup>（以降PBF）は粒子法の1種に属するが、NS式の圧力を解かずに粒子密度一定とする誤差式を解く。シンプルだが先の重要因子3つのうち水量と地形（位置エネルギー）が考慮され、その表現力は必要十分なレベルと考える。ここでは、PBFを使った剛体計算<sup>7)</sup>で流木シミュレータを構築したので、その概要を紹介する。

### 2. 技術的概要

#### 2.1. 背景

PBFは、2007年にMüller et al.が提示したPosition Based Dynamics<sup>8)</sup>（PBD）の考え方を流体に適用したものである。PBDはオブジェクトに拘束条件を課し、これをガウス・ザイデル反復法で解きながら、位置を更新していく。オブジェクトの位置と速度のみを計算対象とし、運動量の変化量は更新されたオブジェクトの位置と速度情報から逆算する。また、NS式を解く際は圧力の状態方程式を直接解かないため、陽解法でも大きな時間刻みの採用が可能となり、おもにリアルタイム計算に適用されている。リアルタイム計算とは、例えば60秒の実現象をコンピュータでも60秒で計算と可視化を行うことをいう。

MacklinはPBDの枠組み内でオブジェクトを粒子（球）形状に限定し、流体粒子に課す拘束条件<sup>9)</sup>、剛体粒子に課す拘束条件<sup>7)</sup>、これらを一体に解く手法<sup>7)</sup>を提示した。ここで提示する流木シミュレータは流体粒子と剛体粒子から構成される。

#### 2.2. PBFの定式化

紙幅の制限もあり流体粒子の定式化部分のみを示す。剛体粒子についてはMacklinの文献<sup>7)</sup>等を参照されたい。

PBFではNS式のうち粘性項、外力項の2項を考慮するが、圧力項は直接の計算対象とせず、圧力の作用を流体粒子の密度一定という特性に置き換えるのが特徴である。粒子密度一定を保持するため、(1)式にあらわす拘束条件 $C$ （誤差関数）を粒子個々に付与する。

$$C_i(\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n) = \frac{\rho_i}{\rho_0} - 1 = 0 \quad (1)$$

$\mathbf{p}_i$ は粒子 $i$ の位置ベクトル、 $n$ は着目粒子 $i$ とその影響範囲内に存在する粒子総数、 $\rho_0$ は密度の一定値、 $\rho_i$ は粒子 $i$ の密度である。密度 $\rho_i$ にはSPH法のカーネル関数 $W$ を適用する。PBFは粒子 $i$ の位置ベクトル変化量 $\Delta\mathbf{p}_i$ を(2)式で算定する。

$$\Delta\mathbf{p}_i = \frac{1}{\rho_0} \sum_j [(\lambda_i + \lambda_j)m_j \nabla W(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j, h)] \quad (2)$$

$j$ は $i$ 周辺に存在する粒子番号で、 $m_j$ は粒子 $j$ の質量をあらわす。 $h$ はカーネル関数 $W$ のカーネル半径、 $\lambda$ は変化量のスケール係数（スカラー）で拘束条件 $C$ の関数であらわされるが、式形はここでは省略する。

PBFの計算手続きは、最初に粒子 $i$ に重力や壁面摩擦力等の既知外力を与えて、時間刻み $\Delta t$ 後の仮位置を算定する。仮位置で粒子 $i$ の影響半径内に存在する近傍粒子を調べ、スケール係数 $\lambda$ を計算し、(2)式より位置ベクトルの変化量 $\Delta\mathbf{p}_i$ を求め、粒子 $i$ の位置をさらに更新する。このとき、壁面や剛体粒子との衝突判定を併せて行う。以上のサイクルをすべての粒子について行い、 $C(\mathbf{p}_i + \Delta\mathbf{p}_i) = 0$ が閾値以下で満たされるよう反復計算を実施し、陽解法で次の時間ステップに進む。

### 3. 流木シミュレータの適用例

#### 3.1. 計算コード

PBFを使った計算コードはFlex<sup>9)</sup>という名称でNvidia社から公開されている。FlexはC++ベースのAPIで自由にダウンロードして使用可能である。デモ動画も公開され、PBFがどのような流体挙動を示すのか動画で確認できる。流木シミュレータはFlexを使ってコーディングした。なお、現時点では水と流木のみが計算対象で土石を含んだものではない。

#### 3.2. 水路模型実験の再現計算

渋谷ら<sup>10)</sup>が行った流木の水路模型実験について、流木シミュレータで再現を試みた。実験の諸元を表1に示す。ここでは渋谷らの実験ケースの一部を再現対象として取り上げた。流木シミュレータにおいても実験と同じサイズで水路を表現し、粒子直径を0.7cm、流量2.7ℓ/秒相当となるよう粒子の生成速度を調整して投入した。

実験は流木長さ $L$ に対する流木捕捉工の設置間隔 $W$ を変えたケースが実施されている。図1は $W/L$ と流木捕捉率を比較している。実験・シミュレータともに $W/L$ が小さくなると捕捉率が上昇する傾向が再現されている。一方、実験では $W/L=0.2$ のとき捕捉率90%超となるが、シミュレータでは50%弱であり、実験の半分程度の捕捉率となった。これは、捕捉工の設置間隔 $W$ が小さい(2.4cm)ときは粒子径(0.7cm)が相対的に大きく堰上げ水深が高まる傾向となり、捕捉工を乗り越える流木が増えたためである。適切な解析を実施するには、現象の局所スケールと粒子径サイズを考慮する必要がある。

表1 水路実験の諸元 (渋谷ら, 2010)

水路	勾配	3°
	長さ	250 cm
	幅	30 cm
	流量	2.7 ℓ/秒
	給水時間	15 秒
流木	長さ $L$	12 cm
	太さ	3 mm
	投入本数	100 本
流木捕捉工	捕捉工の高さ	4 cm
	$W/L=0.20$	$W=2.4\text{cm}$
	$W/L=0.33$	$W=4.0\text{cm}$
	$W/L=0.50$	$W=6.0\text{cm}$
$W/L=0.75$	$W=9.0\text{cm}$	

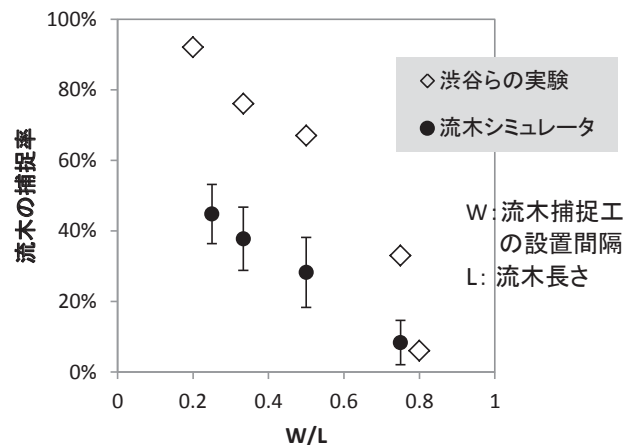


図1 流木捕捉率と $W/L$ の関係 (実験とシミュレータの比較)

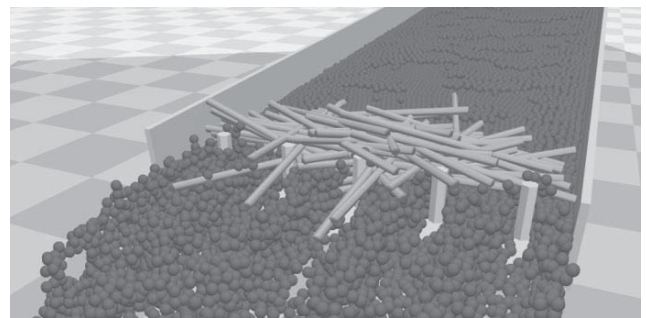
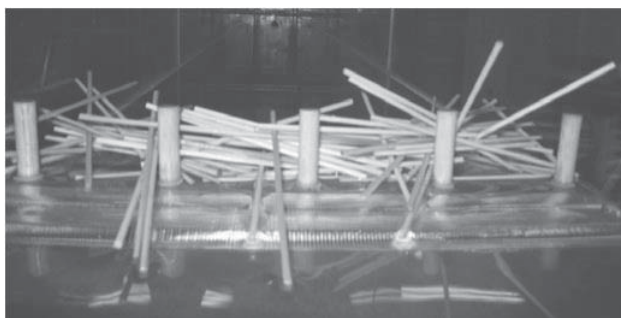


図2 渋谷らの実験 (左) と流木シミュレータ (右) (流木数100本、 $W/L=0.50$ 、捕捉工の設置間隔=6.0cm)

- 1) 阿部孝章・里深好文・水山高久 (2010) : 高濃度石礫流れの粒子間応力を考慮した粒子法の開発, 砂防学会誌, Vol.63, No. 6, p.23-31.
- 2) 別府万寿博 (2015) : 土砂災害に関する離散体・流体解析手法と適用例, 砂防学会誌, Vol.67, No.5, p.63.
- 3) 鈴木拓郎・堀田紀文 (2015) : 土石流の構成則に基づいた粒子法モデルの構築と堆積過程への適用, 砂防学会誌, Vol.68, No.1, p.13-24.
- 4) 近藤雅裕・越塚誠一 (2007) : MPS法における圧力振動の抑制, 計算力学講演会講演論文集, 2007(20), p.463-464.
- 5) 大野亮一・龍見栄臣 (2015) : 粒子法による山地での流れシミュレーションの特徴, 平成27年度砂防学会研究発表会概要集B, B-16~17.
- 6) M. Macklin, M. Müller (2013) : Position Based Fluids, Association for Computing Machinery Transactions on Graphics, 32, 4 (July), 104:1-104:12.
- 7) M. Macklin, M. Müller, N. Chentanez and Tae-Yong Kim (2014) : Unified Particle Physics for Real-Time Applications, Association for Computing Machinery Transactions on Graphics, 33, 4 (July), 153:1-153:12.
- 8) M. Müller, B. Heidelberger, M. Hennix and J. Ratcliff (2007) : Position based dynamics, Journal of Visual Communication and Image Representation, Vol.18, No.2 (Apr.), p.109-118.
- 9) <https://developer.nvidia.com/flex> 2016年3月30日 URL 確認
- 10) 渋谷一・香月智・大隅久・石川信隆・水山高久 (2010) : 流木捕捉工の捕捉性能に関する実験的研究, 砂防学会誌, Vol.63, No.3, p.34-41.