

粒子法による山地での流れシミュレーションの特徴

国土防災技術株式会社 ○大野亮一 龍見栄臣

1. 目的

二次元の土石流氾濫シミュレーションにおいて、現在実務に供されるものは格子グリッドを使った差分法シミュレーションが中心である。差分法による流れ解析は数十年に渡る研究と事例蓄積を経て確固たる地位を確立するが、差分法と異なる手法で近年注目される解析種として、粒子法が挙げられる。

粒子法は、移動する多数の粒子点を用いて流体や固体をシミュレートする手法である。落水・碎波といった変形分離を伴う流体解析に強みを発揮する。解析精度（分解能）は粒子数に強く依存し、計算機パワーを多く必要とするが、二次元解析については、近年マシンパワーが足りてきた感がある。

本稿では、将来的には三次元粒子法による土石流シミュレーションを視野に入れながら、その前段階として二次元平面での浅水流方程式による二次元粒子法による解析事例を示す。粒子法は差分法と比べ、異なる特徴を有しており、その相違点を中心に報告する。

2. 内容

2. 1. 浅水流を粒子法で解く

現在、粒子法による土石流解析は、水流の基本式であるナビエ・ストークス方程式を解くのが主流で、氾濫解析であれば三次元解析となる。粒子法の三次元解析で水深情報を精度よく得る（分解能を高める）ためには、水深方向に複数の粒子が存在する必要がある。実際の山地地形で土石流の計算を行う場合、それだけの粒子を用意できず土石流らしい流れをうまく再現することが難しい場合がある。これに対し、差分法による土石流氾濫シミュレーションのほとんどが二次元の浅水流方程式を解いている。浅水流は水深方向の情報を積分し、1個の水深値として評価するため、次元が一つ落ちて（三次元→二次元、二次元→一次元）解析負荷が大幅に軽減される。土石流のように、水深数 m で面的に km オーダーで広がるような現象には、浅水流が強みを発揮する。

著者らは、差分法と同様に粒子法においても浅水流の式を解くことが、大きなアドバンテージになると考える。

2. 2. SPH 法による浅水流の定式化

粒子法の1種である SPH 法を使い、浅水流の計算を行う。なお、本稿の段階ではまだ水流体のみを対象とし、土石を取り扱っていない。以下の速度ベースの浅水流の式を対象とする。

$$(x \text{ 方向運動方程式}) \quad \frac{Du}{Dt} + g \frac{\partial}{\partial x}(h+H) + \frac{1}{\rho h} f_x = 0 \quad \cdots \cdots \cdots (1)$$

$$(y \text{ 方向運動方程式}) \quad \frac{Dv}{Dt} + g \frac{\partial}{\partial y}(h+H) + \frac{1}{\rho h} f_y = 0 \quad \cdots \cdots \cdots (2)$$

u, v : x, y 方向流速 [m/s] h : 水深 [m] H : 地盤標高 [m] f_x, f_y : x, y 方向外力 [kN/m²] ρ : 流体密度 [kg/m³]

SPH 法では、(1)(2)式の微分項に対してカーネル関数を使い離散化する。(1)(2)式の解き方は差分法と大きくは変わらないため詳細は割愛する。Solenthaler²⁾等を参考にされたい。特徴的なのは、次に示す連続式の解き方である。

2. 3. 連続式の簡易解法

$$(\text{連続式}) \quad \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hu)}{\partial x} + \frac{\partial(hv)}{\partial y} = 0 \quad \cdots \cdots \cdots (3)$$

連続式の未知数は水深 h である。粒子法で(3)式を解く場合、正攻法のアプローチとしては(3)式の空間勾配を求めながら計算する。しかし、定点グリッドを有する差分法と異なり、粒子法の粒子位置は任意であるため(3)式の空間勾配が適切に得られず、うまくない場合がまま生ずる。この問題を回避するシンプルな方法として、粒子密度を水深に読み替える手法を用いる。Rodriguez³⁾が提案する水深 h は(4)式であらわされる。

$$\text{(水深を粒子密度で読み替える式)} \quad h_i = \frac{\rho_i}{\rho_0} \dots\dots\dots(4)$$

h_i : 粒子 i 位置での水深 [m] ρ_i : 粒子 i 位置での粒子密度 [kg/m³] ρ_0 : 流体密度 (物性値、一定値) [kg/m³]

ρ_0 は一定値であり、実質的に(4)式は水深 h が粒子密度 ρ_i に比例することを仮定した式である。

なお、粒子密度 ρ_i は粒子配置と粒子質量 m を基に、カーネル関数を介し(5)式で算定する。

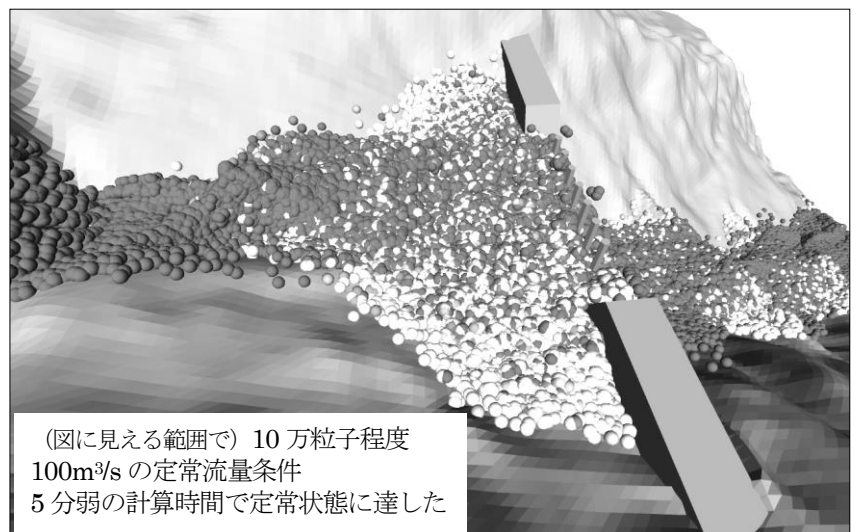
$$\text{(粒子密度の式)} \quad \rho_i = \sum_j [m_j W(r_i - r_j)] \dots\dots\dots(5)$$

(5)式は、粒子 i の影響圏内 (カーネル関数 W がゼロ以上となる範囲) にいる粒子群を j でナンバリングし、順番に質量を積算していく。連続式(3)を解くかわりに、(4)(5)式を計算するという便宜的な方法で計算負荷が大幅に低減されるのは、ラグランジュ法に属する粒子法ならではの利点だろう。ただ、厳密に連続式を解いたとはいえず、流体密度 ρ_0 を一定値とすると相応の水収支誤差が生じたため、計算実行時には収支が一致するよう ρ_0 をパラメトリックに調整した。

3. 粒子法による試計算

実渓流を対象とした浅水流 SPH 解析の結果 (ある瞬間の可視化図) を右に示す。

現時点では水のみで土石は含まれない計算である。計算にあたっては、カナダの One Zero 社が開発した CUDA ベース C++ API である Fluidix⁴⁾を利用した。



(図に見える範囲で) 10 万粒子程度
100m³/s の定常流量条件
5 分弱の計算時間で定常状態に達した

4. 粒子法の長所と短所

粒子法計算の長所・短所を表に整理した。差分法と比べると両者の強み・弱みは入れ違い

関係にあり、粒子法は差分法の弱点を補完する。例えば、差分法では鉛直なえん堤側面での減勢効果を直接評価しにくいですが、粒子法では容易である。逆に差分法は定点での水位や流量観測を得意とするが、粒子法で定点値を知るのは難しく内挿値となる。特に定点での履歴最大値取得は、粒子法には負荷が重い。

一方で粒子法は、計算結果の三次元表現に適し、土石流が流動する様子をそのまま可視化できる。ビジュアルな可視化は、計算結果の直感的理解につながる。したがって、土石流の流下中にえん堤位置をマウスで動かしながら最適位置を検討する等、操作者との対話型ツールとして、これまでの差分法とは異なる道具となる可能性を秘める。

	粒子法	差分法
長所	・計算時間が短い。目安：数分～数十分。 ・鉛直壁を持った構造物の評価が容易。 ・流木等の浮体計算が可能。 ・1m グリッド地形でも計算が重くならない。 ・結果の三次元可視化に適する。 ・対話型操作 (計算中にダム位置を動かす等) に向く。	・土砂込みで計算できる (技術が既に確立)。 ・収支が保存される。水・土砂とも。 ・水位、流量等の定点観測ができる。 ・計算結果の平面 (二次元的) 把握に優れる。 ・履歴最大値の面的分布を簡単に取得できる。
短所	・現況、土砂込み計算に達していない (技術的に可能)。 ・連続式を直接解かないため、収支保存が確約されない (パラメトリックな部分が残る)。 ・水位、流量等の定点観測値は間接的なものとなる。 ・履歴最大値取得に不向き (面的全箇所は非現実的)。	・計算時間が長い。目安：数十分～十数時間。 ・鉛直壁の評価は特殊扱いとなる。 ・流木等の浮体計算は可能だが特殊扱いとなる。 ・1m グリッド等の精細格子は過重、取り回しが悪い。 ・対話型操作 (計算中にダム位置を動かす等) 不向き。

- 1) 別府万寿博 (2015) : 土砂災害に関する離散体・流体解析手法と適用例、砂防学会誌、Vol.67, No.5, p.63.
- 2) Solenthaler B., Bucher P., Chentanez N., Müller M., Gross M. (2011) : SPH Based Shallow Water Simulation, Proceedings of Virtual Reality Interactions and Physical Simulations (VRIPhys), pp 39-46, Lyon, France, December 5-6 2011
- 3) Rodriguez-Paz M., Bonet J.: A corrected smooth particle hydrodynamics formulation of the shallow-water equations. Comput. Struct. 83 (2005), 1396-1410.
- 4) <http://onezero.ca/fluidix/>