

79 相関解析を用いた降雨特性の解析

国際航業株式会社

○島田 徹

砂防・地すべり技術センター 宮本邦明 岡田寛 高濱淳一郎

1 はじめに

河川の侵食と堆積のプロセスは、土砂の生産と流送の履歴によって支配されているので降雨の履歴が土砂災害の性質を支配していると言える。したがって、土砂災害対策の計画を検討していく上で、降雨特性を把握することは重要である。従来、ある地点を流出する土砂はその上流の流域で生産されているという観点から、特に土砂の生産に係わる降雨を対象に対策計画を立てて来た。しかし、最近の河床変動計算手法の向上を受けて、土砂の生産のみならず流送のプロセスをも対策計画の検討の中に取り込もうとする努力がなされてきている。その際に問題は、検討の対象となる降雨を従来考慮してきた土砂の生産に係わる降雨のみならず、土砂の流送に寄与する降雨まで拡張して捉えることにある。土砂の生産・流送は、降雨の空間分布の時間的変化とそれに対応する河道の場所ごとの洪水流量の時間的変化によって決まるから、結局土砂の生産・流送プロセスから見た降雨の特性は、その降水の空間分布の時間的変化として把握されなければならないことになる。

本研究は、以上の観点に立って降雨時系列の把握の仕方に関する一例を提示するものである。

2 降雨の代表的な時・空間スケールの算出

有限な時空間スケールをもつ個別の降雨の時系列データは、時間的・空間的に不規則な変動をする雑音として捉えられる。降雨を雑音として捉えると、降雨の時間・空間スケールは、時間的または空間的に隔たったデータ相互の相関によって特徴付けられる。一般に時系列データを扱う相関解析では、データ相互の相関を(1)式で表現される相互相関係数で評価する。

$$R_{xy}(\tau) = C_{xy}(\tau) / C_{xy}(0) \quad (1)$$

$$C_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) y(t+\tau) dt \quad (2)$$

ここに、 $x(t)$ 、 $y(t)$ は時系列データであり、 τ はデータ間の時間的な隔たりを表す。時系列 $x(t)$ 、 $y(t)$ が同一時系列の場合の相関係数を自己相関係数と呼び(3)式によって表す。

$$R_{xx}(\tau) = C_{xx}(\tau) / C_{xx}(0) \quad (3)$$

一般にランダム変動の自己相関係数は、 τ の増加にともなって小さくなるという性質があり、一般

的に次式のどちらかの式にあてはまることが多い。

$$R_a(\tau) = e^{-|\tau|/\tau_a} \quad (4)$$

$$R_b(\tau) = e^{-(\tau/\tau_b)^2} \quad (5)$$

ここに、 τ_a と τ_b は時系列変動の代表的な時間スケールを現し、それぞれ次式を満足する。

$$\tau_a = \int_0^{\infty} R_a(\tau) d\tau \quad (6)$$

$$\tau_b = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} R_b(\tau) d\tau \quad (7)$$

ここで言う代表的な時間スケールとは、降雨の降り始めから終了までの時間をさすのではなく、同じ程度の降雨強度がどの程度の時間継続するかをさすものである。実際の降雨について $R_{xx}(\tau)$ を求めた例を図-1に示す。 $R_{xx}(\tau)$ の変化は(4)式に近く、ハイトグラフの代表的な時間スケールを現す指標としては式(6)の τ_a が適当であると言える。

降雨時系列の自己相関係数あるいは時間スケール τ_a は、ある観測所におけるハイトグラフの雑音としての時間的特性を示したものであり、降雨の時間・空間的スケールを表現しているものではない。降雨の空間的スケールとその時間的な変化を知るためにはいくつかの観測点間の降雨時系列を比較する必要がある。図-2は、ある観測箇所を中心に、南-北・東-西の2方向についていくつかの観測所を選び、図-1に示した降雨と同一の降雨に対して中心の観測所と他の観測所の降雨時系列の間の相互相関係数を算出したものである。南-北では、相関係数の最大値がほぼ $\tau=0$ の位置にあり、南-北方向の観測所間の降雨波形に大きな時間遅れのなかったことを示している。一方、東-西方向では相関係数のピークが $\tau=0$ から離れた位置にあり、降雨波形にタイムラグがあったことを示している。また、ピークにおける相関係数とタイムラグ τ との関係を見ると、タイムラグが大きいほど相関係数がちいさくなる関係が見いだされる。この2つの結果は、降雨の空間的スケールは、降雨観測所網の空間より小さく、西から東へと移動したことを示している。

ところで、一般に互いに相関のあるランダムな2つの変動のこのような相関関係を定量化するために次式(8)、(9)に示されるコヒーレンスとフェイズを用いている。また、 $\tau\omega$ は、フェイズを時間によって表現したものであり、(10)式に示される。

$$\text{coh}^2(\omega) = \frac{|\Sigma_{yx}(\omega)|^2}{\Sigma_{xx}(\omega) \cdot \Sigma_{yy}(\omega)} \quad (8)$$

$$\theta_{xy}(\omega) = \tan^{-1} \left\{ \frac{Q_{xy}(\omega)}{K_{xy}(\omega)} \right\} \quad (9)$$

$$\tau \omega = \frac{\theta_{xy}(\omega)}{2\pi\omega} \quad (10)$$

ここに、 $S_{xy}(\omega)$ は、 $x(t)$ と $y(t)$ のクロススペクトルを表し、(10)式によって定義される。また、 $Q_{xy}(\omega)$ と $K_{xy}(\omega)$ はクロススペクトル $S_{xy}(\omega)$ の複素成分で(12)式によって定義される。

$$\Sigma_{xy}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} C_{xy}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (11)$$

$$\Sigma_{xy}(\omega) = K_{xy}(\omega) - i Q_{xy}(\omega) \quad (12)$$

ここに、 i は虚数である。

コヒーレンスとは、時系列的に変化する量を周波数成分の集合と見なし、それらの量の間で分解された周波数成分ごとの相互相関係数を表したものである。いくつかの観測点において観測された降雨時系列に対しコヒーレンスを求めると、ある特定の周波数に対して強い相関を示すので、コヒーレンスの大小で観測所間の降雨の同一性を議論できる。また、フェイズとは2つの時系列の周波数ごとの位相差を表すから、同一の降雨に対する2点間の降雨時系列のコヒーレンスから得られる卓越周波数に対する位相差が、2箇所の観測点をその降雨が移動するのに要した時間と見なすことができる。

図-1, 2に示した降雨についてコヒーレンスと $\tau\omega$ を求め、図-3, 4にそれぞれ示した。図中実線は、ある観測所から約50km離れた観測所との計算値を示し、破線は同じ観測所から約120km離れた観測所との計算値を示している。ここに示した例では、降雨波形は近くの観測所どうしの方がより良く似ており、その傾向は長周期成分に強く現れると言える。

図-1, 2に示した降雨の時・空間特性を示すため、中心の観測所と他の観測所間のコヒーレントな周波数に対するコヒーレンスとその周波数に対する $\tau\omega$ を求め、中心の観測所からその観測所間までの距離と比較したものを図-5と図-6に示した。

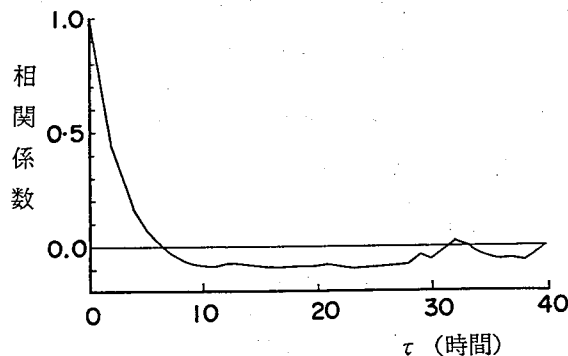


図-1 オートコレログラムの例

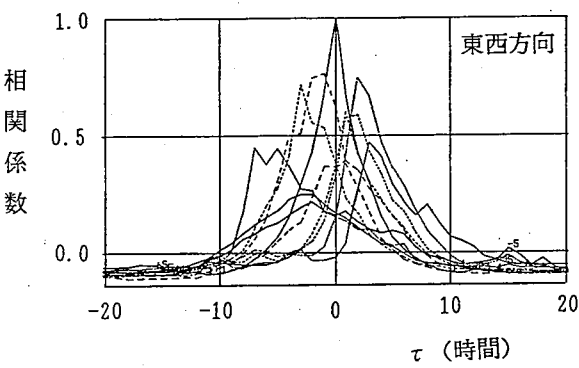
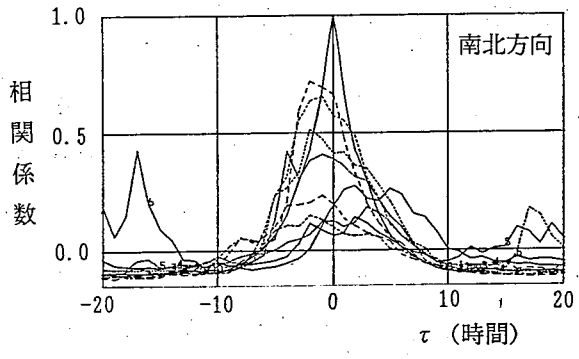


図-2 クロスコレログラムの例

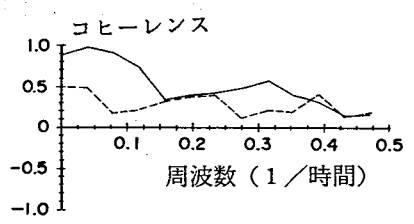


図-3 コヒーレンスの例

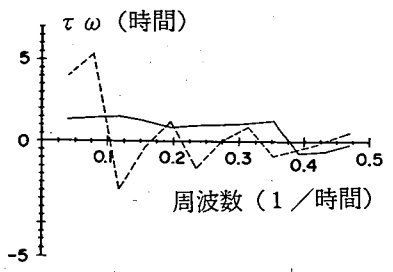


図-4 τωの例

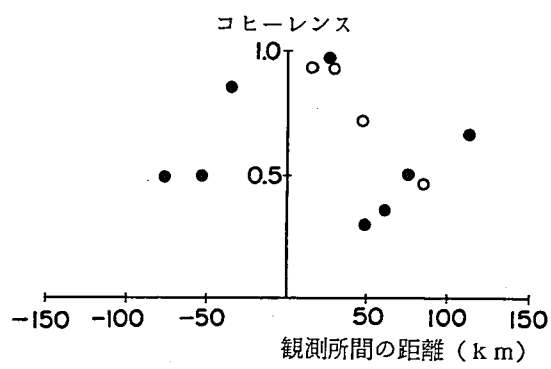


図-5 コヒーレンスと観測所間の距離の関係

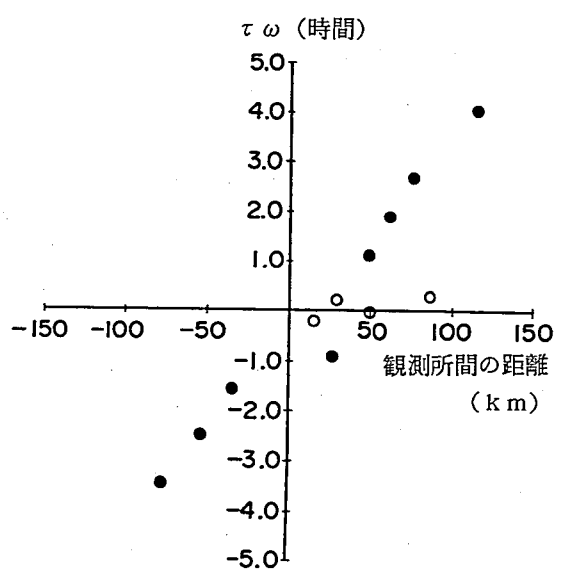


図-6 τωと観測所間の距離の関係