

## 29 掃流砂量式に関する研究

京都大学防災研究所 ○江頭 進治  
京都大学防災研究所 芦田 和男  
京都大学大学院 田野中 新  
株式会社大林組 高橋 徹也

### 1. はじめに

掃流砂量式に関する議論は、従来、剛体を含む質点力学および粒子運動の不確定要素を考慮した確率統計的手法を基礎として行われている。このような手法は、掃流力が小さく粒子同士の相互作用が顕著に現われない条件では有効と思われるが、掃流力が大きく粒子間の相互作用が顕著になると原理的に困難な問題が生ずる。著者らはこれに代わる方法として、土石流に関する江頭・芦田らの構成則を用いて連続体としての解析を行い、掃流砂量式を導いた<sup>1)</sup>。これによれば、移動砂層厚が粒径オーダーの領域において流砂量が実際よりも若干小さく算定される。そこで、本研究においては、移動砂層における応力構造に若干修正を加え、その結果導かれる流砂量式について検討する。

### 2. 移動砂層厚と流速分布

図-1のような2次元等流を考える。ここに $h_s$ は移動砂層の厚さである。この上方には水流の層がある。移動砂層の運動方程式は次のようである。

$$0 = \rho_m g \sin \theta + \frac{\partial \tau}{\partial z} \quad (1)$$

$$0 = -\rho_m g \cos \theta - \frac{\partial p}{\partial z} \quad (2)$$

ここに、 $\rho_m = \rho \{(\sigma/\rho - 1)c + 1\}$ 、 $c$ は砂の体積濃度、 $\sigma$ は砂の密度、 $\rho$ は水の密度である。江頭ら<sup>2)</sup>によれば、粒子に囲まれる間隙のスケールと外力が大きければせん断応力は次式で表される。

$$\tau = \tau_y + \tau_g + \tau_f \quad (3)$$

ここに、 $\tau_y$ は降伏応力（クーロン力）、 $\tau_g$ は宮本<sup>3)</sup>による粒子の非弾性衝突による散逸応力、 $\tau_f$ は間隙水の乱れによる応力である。上式は、外力 $\tau$ から $\tau_y$ を差し引いた部分が流動にともなう応力 $(\tau_g + \tau_f)$ によって受け持たれていることを意味している。

図-2は、図-1に示す移動砂層に働く外力と内力の分布を模式的に示したものである。先の研究<sup>1)</sup>においては、移動砂層全層にわたって $\tau_g$ と $\tau_f$ が存在するものと仮定したが、実際には $\tau - \tau_y$ が小さくなる $z=0$ の近傍においてはせん断変形が小さくなるため、間隙の乱れは発生せず、このような領域では $\tau_f$ は消失するものと思われる。 $\tau_f$ を無視できる限界については今後十分な検討が必要であるが、ここでは図-2に示すように $z=0$ （速度0）から粒径程度の領域を考える。すなわち、応力分布を次のように考える。

$$0 \leq z \leq d \quad \text{において} \quad \tau = \tau_y + \tau_g \quad (4)$$

$$d \leq z \leq h_s \quad \text{において} \quad \tau = \tau_y + \tau_g + \tau_f \quad (5)$$

ここに、 $d$ は砂粒子径である。式(1)を $z$ から $h_s$ まで積分し、 $\tau(h_s) = \tau_w$ とおくと次式を得る。

$$\tau(z) = \tau_w + \int_z^{h_s} \rho_m g \sin \theta dz \quad (6)$$

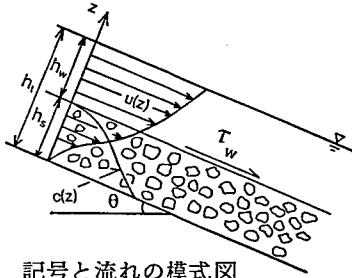


図-1 記号と流れの模式図

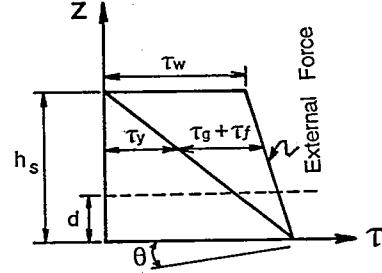


図-2 応力分布

ここに、 $\tau_w$ は水流層と移動砂層との境界のせん断力（外力）であり、 $\tau_w = \rho g h_w \sin \theta$  ( $h_w$ は水流層の水深) である。式(6)の左辺に $\tau_y$ ,  $\tau_g$ ,  $\tau_f$ に関する江頭らの結果<sup>2)</sup>を適用し、 $z = 0$ において流動が起こらない ( $\partial u / \partial z = 0$ ) として、 $h_s$ について解けば移動砂層厚が次式のように求められる。

$$\frac{h_s}{d} = \frac{2}{c_* \cos \theta \{ \tan \phi_s / (1 + \alpha) - \tan \theta \}} \tau_* \quad (7)$$

ここに、 $c_*$ は静止堆積層の濃度、 $\phi_s$ は砂の静摩擦角、 $\alpha$ は係数で $\alpha = 0.25$ 、 $\tau_*$ は無次元掃流力で $\tau_* = h_t \sin \theta / (\sigma / \rho - 1)d$  ( $h_t$ は全流动深) である。ただし、式(7)の誘導において粒子濃度は $z = 0$ において $c = c_*$ 、 $z = h_s$ において $c = 0$ になることを考慮して $c(z) = c_* / 2 = \text{const.}$ と近似している。移動砂層における流速分布は、 $\tau_y$ ,  $\tau_g$ ,  $\tau_f$ に関する江頭らの表示式を式(4), (5)に代入し、これらを式(6)に適用すれば次のように求められる。

$$0 \leq z \leq d : \quad u'(z') = \frac{2}{3} \frac{A^{1/2}}{\sqrt{f_g}} z'^{3/2} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} d \leq z \leq h_s : \quad u'(z') &= \frac{2}{3} \frac{A^{1/2}}{\sqrt{f_f + f_g}} z'^{3/2} + u'_d \\ u'_d &= \frac{2}{3} A^{1/2} \left( \frac{1}{\sqrt{f_g}} - \frac{1}{\sqrt{f_f + f_g}} \right) \left( \frac{d}{h_s} \right)^{3/2} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\text{ここで, } f_f = k_f \frac{(1 - c)^{5/3}}{c^{2/3}}, \quad f_g = k_g \frac{\sigma}{\rho} (1 - e^2) c^{1/3}, \quad \sqrt{k_f} = 0.4, \quad k_g = 0.0828$$

$$A = \frac{h_s}{d^2 g} u_{*w}^2, \quad u_{*w} = \sqrt{g h_w \sin \theta}, \quad u' = \frac{u}{\sqrt{g h_s}}, \quad z' = \frac{z}{h_s}$$

$c$  は体積濃度、 $\sigma$  は粒子密度、 $e$  は反発係数、 $h_w$  は水流層厚である。上式の誘導において式(7)の場合と同様  $c(z) = \text{const.}$  と近似している。

以上、 $c = \text{const.}$  として移動砂層厚および流速分布の推定式を求めたが、式(2)に圧力  $p$  の表示式を適用すれば、流速と濃度の厳密解<sup>1)</sup>が得られる。

### 3. 流砂量式

単位幅流砂量を  $q_b$  とすればこれは次のように表される。

$$q_b = \int_0^{h_s} u(z) c(z) dz \quad (10)$$

ここで、 $u(z), c(z)$  に厳密解を適用すれば、それに応じた流砂量が算定される。しかし、陽な形として求められないので、ここでは、 $c(z) = c_* / 2$  と近似して求められた式(7), (8), (9)を式(10)に適

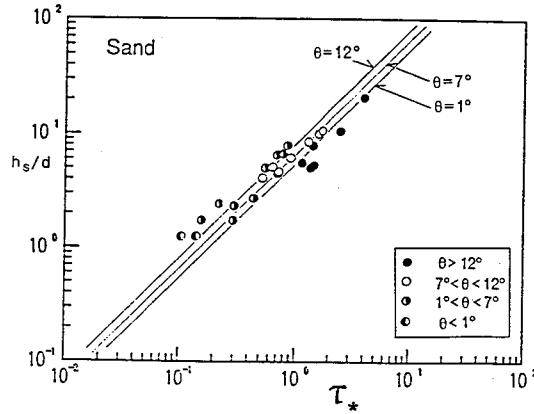


図-3 移動砂層厚

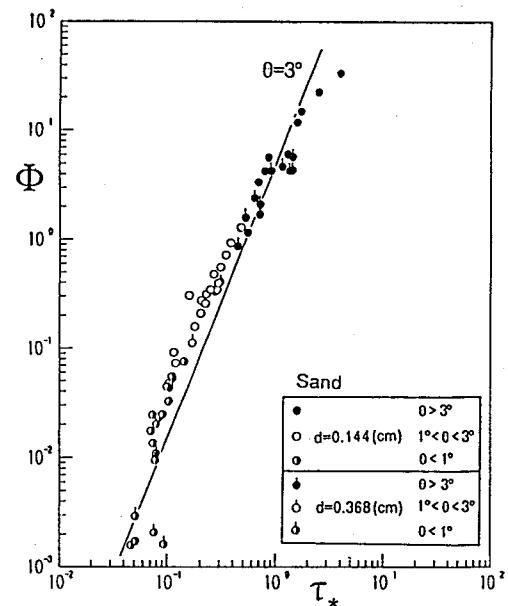


図-5 先の研究の流砂量式と実験値

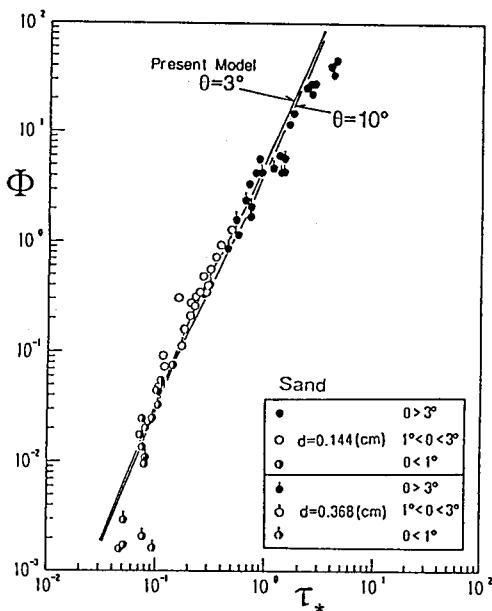


図-4 流砂量式(式(11), (12))と実験値

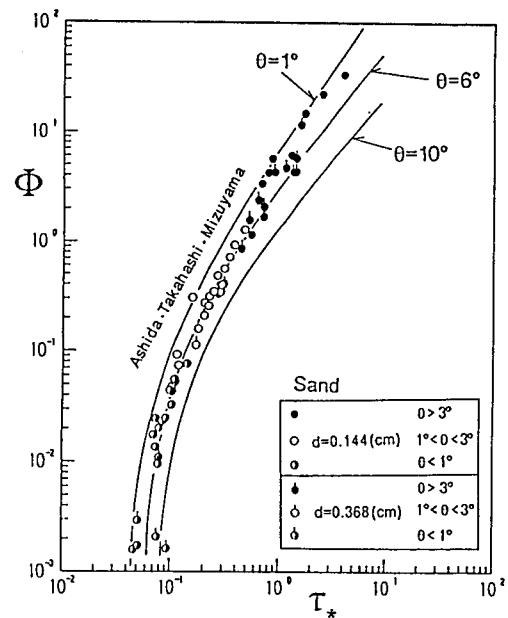


図-6 芦田・高橋・水山式と実験値

用する。その結果を無次元流砂量式の形に変形すれば次式を得る。

$$h_s \leq d : \Phi = \frac{2}{15} \frac{1}{\sqrt{f_g}} \frac{1}{\cos^2 \theta} \frac{\beta^{1/2}}{(\beta + \tan \theta)^{5/2}} (\sigma/\rho - 1)^2 c_* \tau_*^{5/2} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} h_s \geq d : \Phi = & \frac{2}{15} c_* \frac{1}{\sqrt{f_f + f_g}} \frac{1}{\cos^2 \theta} \frac{\beta^{1/2}}{(\beta + \tan \theta)^{5/2}} (\sigma/\rho - 1)^2 \tau_*^{5/2} \\ & \times \left[ 1 - \frac{3}{2} \left( \sqrt{1 + f_f/f_g} - 1 \right) \left\{ \frac{c_*}{2} \cos \theta \left( \frac{\tan \phi_s}{1 + \alpha} - \tan \theta \right) \right\}^{5/2} \tau_*^{-5/2} \right. \\ & \left. + \frac{5}{2} \left( \sqrt{1 + f_f/f_g} - 1 \right) \left\{ \frac{c_*}{2} \cos \theta \left( \frac{\tan \phi_s}{1 + \alpha} - \tan \theta \right) \right\}^{3/2} \tau_*^{-3/2} \right] \end{aligned} \quad (12)$$

ここに、 $\beta = \frac{1}{2} \frac{\tan \phi_s}{1 + \alpha} (\sigma/\rho - 1) c_* - \tan \theta \left\{ \frac{1}{2} (\sigma/\rho - 1) c_* + 1 \right\}$ ,  $\tau_* = h_t \sin \theta / (\sigma/\rho - 1) d$  である。

なお、上式は  $h_s = d$  のとき一致する。ちなみに、 $h_s = d$  となる無次元掃流力は、式(7)の左辺を 1 とおけば次のように得られる。

$$\tau_* = \frac{1}{2} c_* \cos \theta \left\{ \tan \phi_s / (1 + \alpha) - \tan \theta \right\} \quad (13)$$

#### 4. 実験結果との比較

水路実験は比重  $\sigma/\rho = 2.65$ ,  $\phi_s = 38.7^\circ$  の 2 種類のほぼ一様な砂 ( $d = 0.144, 0.368$  cm) を用いて行った。移動床の勾配は  $0.28^\circ \sim 16.3^\circ$  で、無次元掃流力の広い領域のデータが得られるよう留意している。

図-3 は、移動砂層厚に関する近似解(式(7))と実験値とを比較したものである。図示のように両者はかなりよく一致している。図-4 は、流砂量に関する式(11), (12) ( $\theta = 3^\circ, 10^\circ$ )と実験値とを比較したものである。流砂量式に含まれる反発係数  $e$  は 0.85 を用い、他のものは前述した値を用いている。図示のように、 $\tau_*$  の小さい領域において両者は一致しているとはいえないが、 $\tau_* > 0.08$  の領域では流砂量式と実験値とはかなりよく一致している。比較のため、先の研究で導いた流砂量式 ( $\theta = 3^\circ$ ) と実験値を図-5 に示している。先の流砂量式は式(12)の [ ] を 1 とおいたものである。図-4 と図-5 を比較すると、ここで導いた流砂量式は先のものよりもかなり改良されていることがわかる。なお、これらの流砂量式は、図-4 や先の研究で示しているように勾配によって有意に変化しない。

ここで導かれた流砂量式と芦田・高橋・水山式とを間接的に比較するため芦田らの式と著者らの実験値を図-6 に示している。実験データは勾配の範囲ごとに示されている。これらは、図示のように勾配によって一定の傾向を示さないのに対し、芦田らの式は勾配に対する変化が少し鋭感である。

#### 5. おわりに

江頭・芦田らの土石流に関する構成式を運動量式に適用して流砂量式を導いた。流砂量式に含まれる係数  $k_f, k_g$  の値は土石流の実験で同定したものをそのまま用いているにかかわらず、流砂量式は無次元掃流力のかなり広い範囲で実験値をよく説明している。今後、掃流砂にかかる現象をどこまで連続体として解析できるか検討したい。

#### 参考文献

- 1) 江頭・芦田・高濱・田野中：エネルギー散逸機構に基づく流砂モデル、京大防災研年報 第33号,B-2,1990,pp293-306.
- 2) 江頭・芦田・矢島・高濱：土石流の構成則に関する研究、京大防災研年報 第32号,B-2,1989,pp.487-501.
- 3) 宮本：Newton 流体を含む粒子流の流動機構に関する研究、立命館大学学位論文、1985, pp.39-72.