

# 1 土石流に及ぼす混合砂の影響

京都大学防災研究所 江頭 進治  
 京都大学防災研究所 芦田 和男  
 (財)砂防・地すべり技術センター 高濱淳一郎

1. はじめに 一様砂を対象として導かれた江頭・芦田ら<sup>1)</sup>による土石流の構成則を混合砂に拡張して、流速分布式、濃度分布式を導いた。ついで、水路実験により、2次元等流状態における流速分布及び濃度分布を測定し、理論式との比較検討を行なった。

2. 構成則 図-1に示すような2次元等流について考える。コントロールボリュームにおいて粒径  $d_k$  ( $k=1 \sim n$ ) の粒子濃度を  $c_k$ 、混合砂全体の濃度を  $c_t$  とする。すると、運動量式は次式で与えられる。

$$0 = \rho_m g \sin \theta + \frac{\partial \tau}{\partial z} \quad (1) \quad 0 = -\rho_m g \cos \theta - \frac{\partial p}{\partial z} \quad (2)$$

ここに、 $\rho_m$  は混合物の密度で  $\rho_m = \rho \{ (\sigma/\rho - 1)c_t + 1 \}$  である。

応力を江頭・芦田ら<sup>1)</sup>の議論にしたがって評価する。すなわち

$$\Phi = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (3) \quad \Phi = \Phi_y + \Phi_f + \Phi_g \quad (4)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial p_w}{\partial z} + \frac{\partial p_s}{\partial z} + \frac{\partial p_d}{\partial z} \quad (5)$$

ここに、 $\Phi$  はエネルギー散逸関数で、 $\Phi_y$  は粒子間摩擦による散逸、 $\Phi_f$  は間隙流体の乱れによる散逸、 $\Phi_g$  は粒子衝突による散逸である。また、 $p_w$  は間隙水圧、 $p_s$  は粒子骨格応力、 $p_d$  は粒子衝突にともなう圧力である。

ここで、江頭・芦田ら<sup>1)</sup>が応力を評価する際に用いた粒子配列を混合砂に対して図-2のように導入する。ここに、 $l_f$  は粒子間隙のスケールであり、 $l_g$  は粒子中心間の距離である。 $l_f$ 、 $l_g$  とともに場の平均量を想定し、次式で与える。

$$l_f = \sqrt{k_f} \left( \frac{1-c_t}{c_t} \right)^{1/3} \left( \sum_{k=1}^n \frac{c_k/c_t}{d_k^3} \right)^{-1/3} \quad (6) \quad l_g = \left( \sum_{k=1}^n \frac{\pi/6}{c_k/d_k^3} \right)^{1/3} \quad (7)$$

図-2及び式(6)、(7)より、応力を江頭・芦田ら<sup>1)</sup>が用いた方法にしたがって評価すれば、

$$\tau = p_s \tan \phi_s + \rho k_f \frac{(1-c_t)^{5/3}}{c_t^{2/3}} \left( \sum_{k=1}^n \frac{c_k/c_t}{d_k^3} \right)^{-2/3} \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + k_g (1-e^2) \sigma \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{2c_i c_j / c_t^2}{d_i^3 + d_j^3} \left( \sum_{k=1}^n \frac{c_k/c_t}{d_k^3} \right)^{-5/3} c_t^{1/3} \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \quad (8)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \cos \theta \left\{ 1 + \frac{(\sigma/\rho - 1)}{1 + \alpha} c_t \right\} + k_g e^2 \sigma \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{2c_i c_j / c_t^2}{d_i^3 + d_j^3} \left( \sum_{k=1}^n \frac{c_k/c_t}{d_k^3} \right)^{-5/3} c_t^{1/3} \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right\} \quad (9)$$

ここに、 $\rho$ 、 $\sigma$  は水及び粒子の密度、 $\phi_s$  は粒子の静止摩擦角、 $e$  は反発係数である。上式の誘導にお

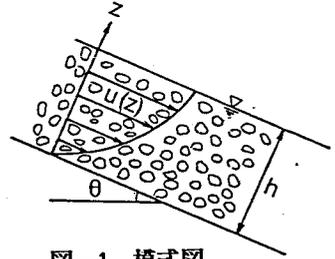


図-1 模式図

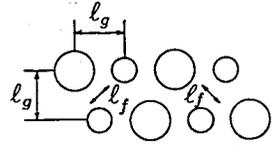


図-2 粒子配列モデル

いて、衝突に伴う散逸については2体衝突として扱っている。すなわち、粒径 $d_i$ の粒子と粒径 $d_j$ の粒子について、1回の衝突で失うエネルギー及び単位時間、単位体積あたりの衝突回数から散逸量を評価する。これを全ての粒径の組合せについて行い、全体の散逸量を評価した。上式を一樣砂に適用すれば、一樣砂の構成則<sup>1)</sup>と一致するので、係数 $k_f$ 、 $k_g$ 、 $\alpha$ は一樣砂の場合と同じ $\sqrt{k_f} = 0.5$ 、 $k_g = 0.0828$ 、 $\alpha = 0.25$ とする。

式(8)、(9)を2次元等流の運動量式(1)、(2)に適用すれば、流速及び濃度分布を規定する式が次のように得られる。

$$\frac{\partial u'}{\partial z'} = \left\{ \sum_{k=1}^n \frac{c_k}{c_t} \left( \frac{h}{d_k} \right)^3 \right\}^{1/3} \left\{ \frac{\int_{z'}^1 (G - Y) dz'}{f_{mf} + f_{mg}} \right\}^{1/2} \quad (10)$$

ここに、 $u' = u/\sqrt{gh}$ ,  $z' = z/h$

$$f_{mf} = k_f \frac{(1 - c_t)^{5/3}}{c_t^{2/3}} \quad f_{mg} = k_g \sigma / \rho (1 - e^2) c_t^{1/3} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{2c_i c_j / c_t^2}{d_i^3 + d_j^3} \left( \sum_{k=1}^n \frac{c_k / c_t}{d_k^3} \right)^{-1}$$

$$G = \{(\sigma/\rho - 1)c_t + 1\} \sin \theta \quad Y = \frac{1}{1 + \alpha} (\sigma/\rho - 1) c_t \cos \theta \tan \phi_s$$

$$-\frac{\alpha}{1 + \alpha} (\sigma/\rho - 1) c_t \cos \theta = k_g e^2 \sigma \frac{\partial}{\partial z} \left[ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{2c_i c_j / c_t^2}{d_i^3 + d_j^3} \left( \sum_{k=1}^n \frac{c_k / c_t}{d_k^3} \right)^{-1} \right. \\ \left. \left\{ \sum_{k=1}^n \frac{c_k}{c_t} \left( \frac{h}{d_k} \right)^3 \right\}^{-2/3} c_t^{1/3} \left( \frac{\partial u'}{\partial z'} \right)^2 \right] \quad (11)$$

### 3. 適用例 図-3には2粒径

( $d_s = 0.144\text{cm}$ 、 $d_l = 0.379\text{cm}$ )

からなる混合砂の流速・濃度分

布の実験値と厳密解(式(10)、

(11)の連立解)の一例が示して

ある。流速分布については、近

似解(式(10)を各粒径の濃度を

一樣として計算)も示してある。

なお、計算に用いたパラメータ

は $\sigma = 2.65$ 、 $\phi_s = 38.5^\circ$

$e = 0.85$ である。図中には小粒

子、及び大粒子に関する実験値

をそれぞれ小さな丸、大きな丸で、混合砂全体に関する実験値は四角で示している。実験に用いた勾

配は $\theta = 16^\circ$ 、 $18^\circ$ 、 $20^\circ$ 、 $25^\circ$ であり、混合砂全体の濃度は $\theta = 25^\circ$ においてほぼ一樣であり、勾配

の減少に伴い上層において濃度が小さくなってゆく(順勾配)。粒径別にみれば、大粒子の濃度はほ

ぼ一樣であったが、中には上層に向かって濃度が大きくなるケース(逆勾配)もあった。一方、小粒

子の濃度は順勾配となっており、勾配が小さいほど分級は著しい。厳密解の濃度分布の特性を調べると、

勾配が大きく、粒径比が小さい場合には、各粒子の濃度はほぼ一樣で、分級はあまり生じていな

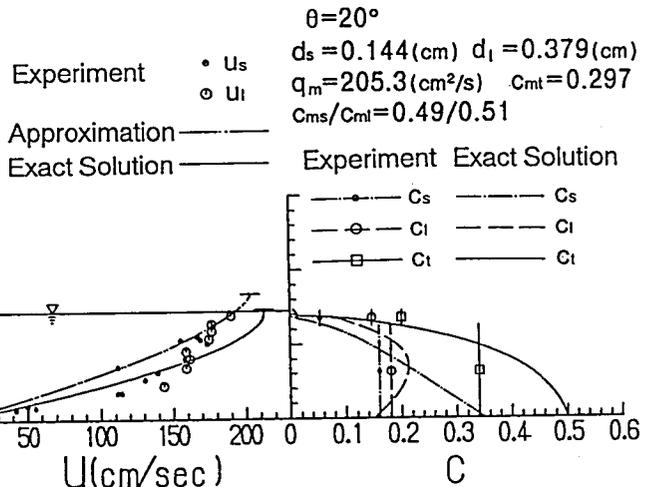


図-3 流速・濃度分布に関する実験値及び理論値

いない。そして、勾配の減少、粒径比の増大に伴って、小粒子の濃度は順勾配へ移行し、大粒子の濃度は図-3に示すように中ぶくらの分布形となり、分級は顕著になってゆく。

図-4には混合砂を2粒径 ( $d_s = 0.190\text{cm}$ 、 $d_l = 0.379\text{cm}$ )、( $d_s = 0.144\text{cm}$ 、 $d_l = 0.379\text{cm}$ )、( $d_s = 0.0769\text{cm}$ 、 $d_l = 0.379\text{cm}$ )として算定される流動深に関する厳密解と実験値を示している。図からわかるように両者はよく対応している。また、図-5は流動深に関する近似解と実験値である。両者の対応はよいものの、厳密解の方が適合性は良いようである。

流動深に及ぼす混合砂の影響を調べるために、次のような計算を行なった。まず、混合物全体の単位幅流量  $q_m$  を  $200\text{cm}^2/\text{s}$  に、混合物全体の輸送濃度  $c_{mt}$  を 0.3 に、小粒子及び大粒子の輸送濃度  $c_{ms}$ 、 $c_{ml}$  をそれぞれ 0.15 に固定し、平均粒径  $d_m$  を  $0.3\text{cm}$  に保ちながら粒径比を変化させて流動深の厳密解を計算した。ここで平均粒径  $d_m$  は輸送濃度を用いて次式で定義される。

$$d_m = \frac{c_{ms}}{c_{mt}} d_s + \frac{c_{ml}}{c_{mt}} d_l \quad (12)$$

計算結果を図-6に示す。ここで流動深  $h$  の値は  $d_s = d_l$  (一様砂) の場合の流動深  $h_u$  で無次元化されている。横軸の標準偏差  $\sigma'$  は次式で定義している。

$$\sigma' = \frac{\sqrt{\frac{c_{ms}}{c_{mt}}(d_s - d_m)^2 + \frac{c_{ml}}{c_{mt}}(d_l - d_m)^2}}{d_m} \quad (13)$$

$$= \sqrt{\frac{c_{ms}}{c_{mt}} \left(\frac{d_s}{d_m} - 1\right)^2 + \frac{c_{ml}}{c_{mt}} \left(\frac{d_l}{d_m} - 1\right)^2}$$

これによると粒径比 (標準偏差) が大きくなるにつれて流動深は小さくなってゆく。

上述の実験に用いた各々の砂は厳密には一様ではなく、ある粒径範囲からなっている。したがって、混合砂の粒度分布は連続分布と見なせる。そこで、構成則の適用性をさらに検討するため、実験に用いた材料を図-7に示すように4つの粒径階に分割し、流動深に関する計算値と実験値を比較してみる。図-8には流動深に関する近似解と実験値が示されている。4粒径にした場合、2粒径の場合より流動深は若干小さくなるものの、近似解は実験値とよく対応している。図-9には混合砂の平均粒径を用いて一様砂の構成則<sup>1)</sup>によって計算した流動深の値と実験値が示してある。図からわかるように、全般的

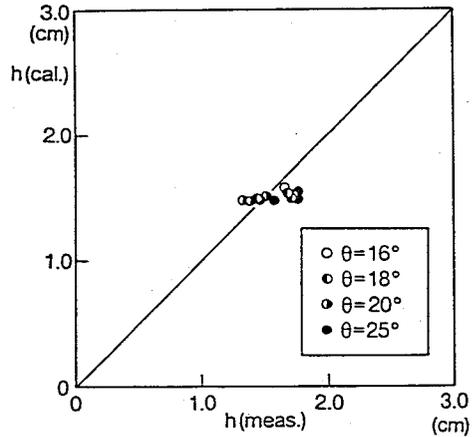


図-4

流動深に関する実験値及び厳密解 (2粒径)

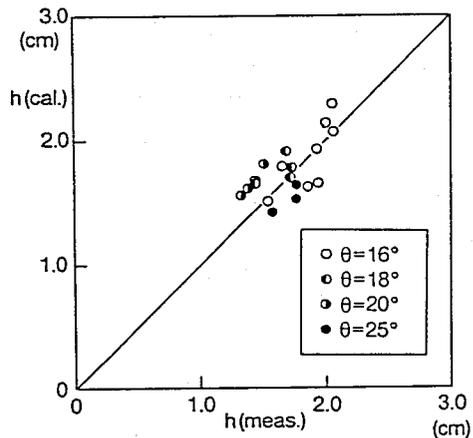


図-5

流動深に関する実験値及び近似解 (2粒径)

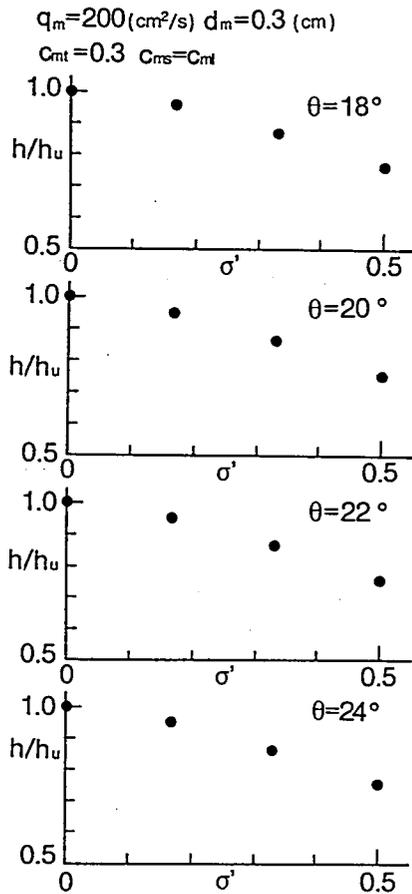


図-6 流動深に及ぼす混合砂の影響 (2粒径)

に計算値の方が実験値より大きくなっている。これは図-6に示したように平均粒径で計算した場合は、抵抗が大きくなるためである。

**4. おわりに** 今後、広い粒径範囲からなる混合砂の流れについて、実験的、理論的に検討を進めてゆくつもりである。

**参考文献** 1) 江頭・芦田・矢島・高浜：土石流の構成則に関する研究、京大防災年報、32号B-2、1989

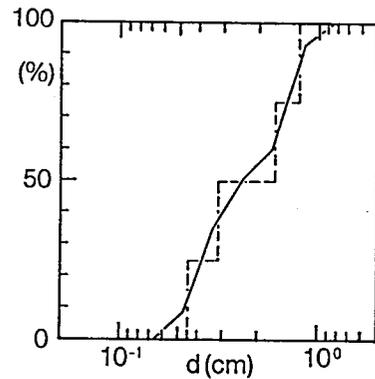


図-7

図-3の実験に用いた混合砂の粒度分布

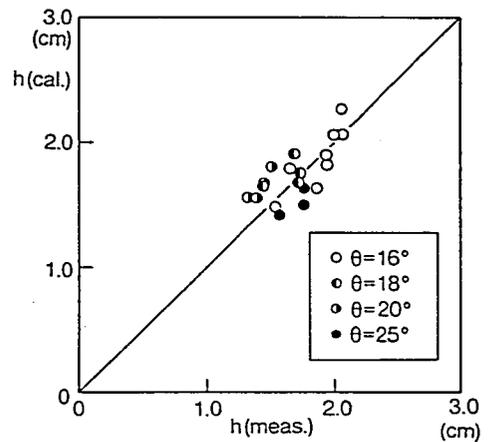


図-8

流動深に関する実験値及び近似解 (4粒径)

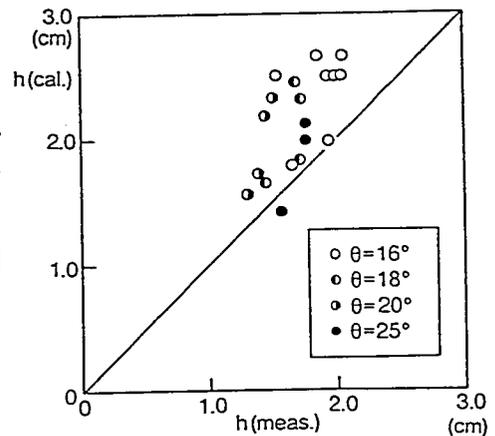


図-9

流動深に関する実験値及び平均粒径を用いた計算値