

1. はじめに

豪雨型山くずれのメカニズム解明の一環として、誘因である降雨浸透に伴う地下水流の形成・発達の面から検討した。地表面から浸透した雨水は一般に不飽和浸透の状態以降下し、下層の不(難)透水層に達した後、飽和層を形成しながら斜面下方へ流れる(地下水流)。この飽和層の形成・発達は土の力学的強度低下や間ゲキ水圧の上昇により斜面を不安定にするばかりでなく、飽和層の上昇による地表面浸出はパイピング崩壊の原因ともなっている。本稿ではこの斜面土層内の地下水流についてダルシー則が適用できるものとして導かれた物理方程式により数値計算を行うとともに、その近似式による解析結果とあわせて検討し、地下水流の特徴と崩壊との関係について考察を行った。

2. 降雨浸透に伴い発達する地下水流の物理方程式

図1に示すように下層に不透水層を有する斜面モデルを考へる。斜面土層内の水の流れがダルシー則に適用できるものとする(層流状態, 透水係数  $\times 10^{-2} \sim 10^{-6}$  cm/sec), 運動方程式, 連続方程式は各々(1), (2)式で表わされる。

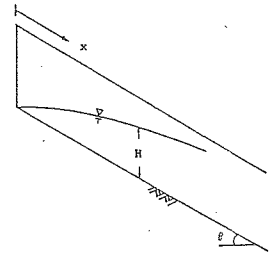


図1 斜面モデルと座標系

$$v = kv_i = k \frac{\partial(x \sin \theta - H)}{\partial x} \quad (1), \quad \lambda \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial(Hv)}{\partial x} = R \quad (2)$$

ここで,  $v$ : 流速,  $k$ : 透水係数,  $i$ : 動水勾配,  $x$ : 斜面上端からの位置,  $\theta$ : 斜面勾配,  $\lambda$ : 有効空隙率,  $t$ : 時間,  $R$ : 降雨強度,  $H$ : 地下水位(鉛直)である。

(1), (2)式から地下水流の物理方程式は以下の(3)式で表わされる。(3)式は非線形の放物型偏微分方程式であるため, 厳密な解析解を求めるのは困難である。解を得るには一般に数値計算によるが, (3)

$$\lambda \frac{\partial H}{\partial t} + k(\sin \theta - \frac{\partial H}{\partial x}) \frac{\partial H}{\partial x} - kH \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = R \quad (3)$$

式のいくつかの項を省略した近似式により解析的に求める

方法もある。以下ではまず定常流について検討し, 次いで非定常流について検討する。

3. 定常流

斜面下端が切取られている場合や排水工が施工されている場合には斜面下端の排水性は良好なことから与えられた降雨入力に対して地下水流は定常状態に達することがある。この時の解は(3)式で  $\frac{\partial H}{\partial t} = 0$  として(4)式を解くことにより求められる。(4)式で  $dH/dx = P$  として変数分離型にして両辺を積分すると(5)式のようなになる。(5)式の解が定常解であるが, 左辺の分母の判別式  $D = \sin^2 \theta - 4R/k$  の数値の正負により, 解は異なり, それ

$$k(\sin \theta - \frac{dH}{dx}) \frac{dH}{dx} - kH \frac{d^2 H}{dx^2} = R \quad (4)$$

$$\int \frac{P}{P^2 - \sin \theta \cdot P + R/k} dP = - \int \frac{1}{H} dH \quad (5)$$

それぞれ(6), (7), (8)式のように陰関数の形で表わされる。ただし,  $C_1, C_2, C_3, C_4$ は積分定数である。また, 各式の  $N$  は  $R/k$  である。

$$(i) D = \sin^2 \theta - 4R/k < 0$$

$$\ln |N^2(x+c_1)^2 - N \sin \theta (x+c_1)H + NH^2| + \frac{2 \sin \theta}{\sqrt{|D|}} \tan^{-1} \frac{\sin \theta - 2N(x+c_1)/H}{\sqrt{|D|}} = C_2 \quad (6)$$

$$(ii) D = 0$$

$$\ln |N^2(x+c_1)^2 - N \sin \theta (x+c_1)H + NH^2| - \frac{H \sin \theta}{H \sin \theta - 2N(x+c_1)} = C_3 \quad (7)$$

$$(iii) D > 0$$

$$\ln |N^2(x+c_1)^2 - N \sin \theta (x+c_1)H + NH^2| + \frac{\sin \theta}{\sqrt{D}} \ln \frac{\sin \theta - \sqrt{D} - 2N(x+c_1)/H}{\sin \theta + \sqrt{D} - 2N(x+c_1)/H} = C_4 \quad (8)$$

定常時の地下水面形状は与えられた降雨強度  $R$ , 斜面勾配  $\theta$ , 透水係数  $k$  の数値に応じて適合する式を選択し,  $x=0: H=H_0, x=L: H=H_L$  の境界条件から求まる。また, その時の最高水位と斜面上の位置も容易に求めることができる。

#### 4. 非定常流

4.1 数値解 (3)式は非線形であるから, 解を得るには数値計算によらねばならない。そこで, (3)式を次のように差分式(格子点  $i, j$ )に変換して数値計算を行った(計算結果は5章参照)。

$$\frac{\partial H}{\partial t} \rightarrow \frac{H_{i,j+1} - H_{i,j}}{\Delta t} \quad (9), \quad \frac{\partial H}{\partial x} \rightarrow \frac{H_{i+1,j} - H_{i,j}}{2\Delta x} \quad (10), \quad \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \rightarrow \frac{H_{i+1,j} + H_{i-1,j} - 2H_{i,j}}{\Delta x^2} \quad (11)$$

ここで, 時間  $t$  に関しては前進差分, 距離  $x$  に関しては中央差分である。数値計算上の問題として  $\Delta x, \Delta t$  の値により解が収束しない場合(発散, 振動)も存在するのでその取扱いには十分注意を要する。つまり,  $\Delta x$  に対して  $\Delta t$  は十分小さいことが必要である。本稿ではいくつかの試算結果をもとに  $\Delta t = 0.001$  (sec),  $\Delta x = 1$  (cm) を採用した。

4.2 近似解 直接(3)式からは解析解は得られないが, 対象とする事象に対して近似化して解析的に解を得る方法もある。近似解は数値解に比べて粗いが, 数理的に理解しやすく, 運動に関する諸因子の重みについて個々に評価できる特徴がある。ここで取扱う斜面は山くずれが発生するような急勾配斜面であるから, (3)式の輸送項の  $\partial H / \partial x$  は  $\sin \theta$  に比して無視できるものとし, また拡散項よりも輸送項によって流れがほとんど支配されるものと考え<sup>1), 2)</sup>ると, (3)式は(12)式のように簡略化できる。

$$\lambda \frac{\partial H}{\partial t} + k \sin \theta \frac{\partial H}{\partial x} = R \quad (12)$$

いま,  $t=0: H=0, x=0: H=0$  の初期・境界条件により(12)式を解くと(13)~(15)式が得られる。ただし,  $D$  は土層厚,  $x_0, t_0$  は地下水流が地表面に浸出する位置と時間である。

$$H(x,t) = \begin{cases} \frac{R}{k \sin \theta} x & (x < \frac{k \sin \theta}{\lambda} t, x \leq x_0) & (13) \\ \frac{R}{\lambda} t & (x \geq \frac{k \sin \theta}{\lambda} t, t < t_0) & (14) \\ D & (x > x_0, t > t_0) & (15) \end{cases}$$

上式で表わされる地下水流は  $x = k \sin \theta \cdot t / \lambda$  を境界と

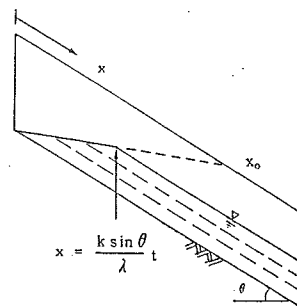


図2 近似解による地下水流

してそれより上方では(13)式で表わされるように $x$ の1次式となり、降雨強度に比例し、透水係数、斜面勾配に反比例した傾きをもつ。一方、境界より下方域では $t$ の1次式となり、降雨強度に比例し、有効空隙率に反比例する上昇速度を有する斜面上に平行な流れである。

$$H(x,t) = \begin{cases} 0 & (x < \frac{k \sin \theta}{\lambda} t) \\ \frac{R_i}{k \sin \theta} x - \frac{R_i}{\lambda} t & (\frac{k \sin \theta}{\lambda} t \leq x \leq x_i + \frac{k \sin \theta}{\lambda} t) \\ \frac{R_i}{\lambda} t_i & (x > x_i + \frac{k \sin \theta}{\lambda} t) \end{cases}$$

(16) また、途中で降雨が止んだ場合の地下水流の減水は(12)式で  $R=0$  とおき、降雨停止直前の地下水流の関係から(16)~(18)式で表わされる。ここで、 $t$ : 降雨停止

後の経過時間、 $t_i$ : 降雨供給時間、 $R_i$ : 停止前の降雨強度、 $x_i = \frac{k \sin \theta}{\lambda} \cdot t_i / \lambda$  である。(16)~(18)式は斜面内に発達した地下水流が斜面上に平行に  $\frac{k \sin \theta}{\lambda}$  の速度で流下していく現象を表わしている。

## 5. 検討

### 5.1 地下水流の発達・減水過程 (数値解・近似解)

(i) 発達過程 図3は(3)式による数値計算結果と(13)~(14)式による近似解を比較した一例である。図からも明らかのように両者はほぼ一致した傾向を示す。一定時間経過後の地下水面形状は、斜面上端から下方にいっにつれて水位は高くなる(水位増加域)、徐々に一定値に近づき、斜面中・下方ではほぼ斜面上に平行な流れとなっている(平行流域)。経時的に地下水面形状を見ると、水位増加域は下方に抜かりつつ上昇している一方、平行流域では定速度で水位上昇する形態を見せている。これらの特性は降雨強度、透水係数、有効空隙率を変えても同じ傾向を示す。

(ii) 減水過程 図4は上と同様に50 mm/hの降雨を30分間供給した後の減水過程( $R=0$ )を比較したものである。数値解の場合、時間経過とともに上流端側の地下水面形が徐々に緩勾配になるため、形を乱さず下方へ流下する近似解とは少しづつズレが大きくなっている。いずれにしても、この減水過程における地下水流の流下現象は比較的遅いため、斜面長が大きい斜面では一度形成された地下水流が下方に流下し完全に消滅するにはかなりの時間がかかるものと考えられる。

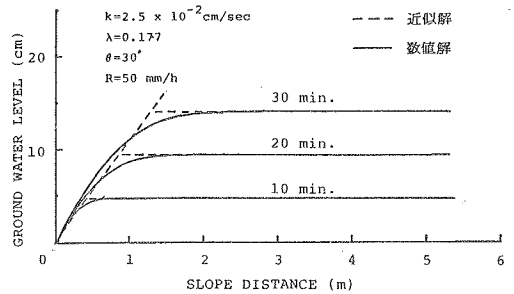


図3 地下水流の発達 (無限長斜面)

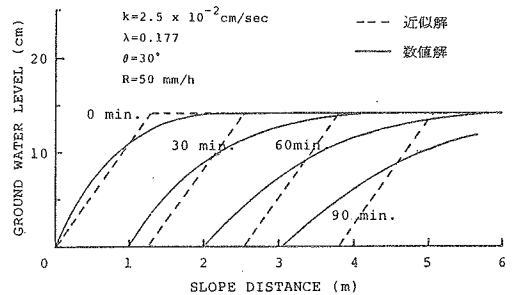


図4 地下水流の減水 (無限長斜面)

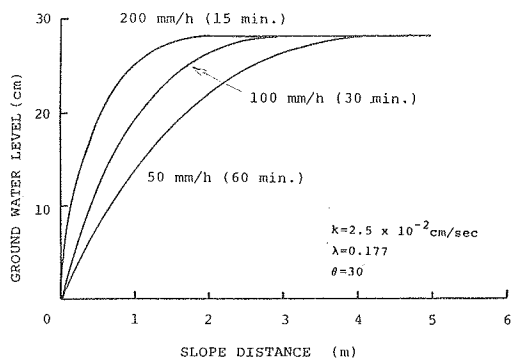


図5 雨量強度の違いによる地下水位 (無限長斜面)

## 5.2 降雨パターンと地下水の発達(数値解)

図5は総雨量は同一でも、平均して降るか、集中して降るかによって地下水面形にどのような差異を生じるかを見たものである。その結果、最高水位はいずれも同じであるが、短時間に集中して降った場合には斜面上方の水位が高くなる傾向を示す。これは近似解(13)式でもわかるように降雨強度が大きいほど斜面上方の水面形の勾配が急になることと符合する。いま、ある水位以上になると斜面土層が不安定化するものと考えれば、短時間に集中して降った場合ほど斜面上方まで不安定化することになり、規模の大きな崩壊を生じる可能性が高いといえる。

図6は断続的な降雨の場合の地下水の発達を示した一例である(斜面長6m, 下端排水)。この場合には先行の降雨によって形成された地下水(I)が降雨停止とともに斜面下方へ流下しながら減水していくものの、現象そのものが遅いため、図6の場合のように短時間の経過ではまだ地下水が残っている(II)。このような状態の時に新たに降雨が供給されるとこの地下水の存在の影響を受けて、斜面下方における地下水位が特に高くなるという形態を示す(III)。このことから、断続的な降雨や先行降雨を有する豪雨では斜面下方付近で水位が高くなり、地表面に浸出してパイピング崩壊を起こす可能性が高くなること、また、斜面下方の土層が不安定となって小崩壊が発生し、それが引き金となって大崩壊が生じる要因となることが推測される。

## 6. まとめ

以上の検討から急勾配斜面の地下水の発達について要約すると次のようになる。

- (i) 定常降雨供給時の地下水面形は、斜面上端から下方にいくにつれて水位は上昇しているものの、徐々に一定値に近づき、ほぼ斜面に平行な水位を持つ流れとなる。近似的には斜面上方域では距離に関して水位上昇域、斜面中・下流域では一定水位を示す平行流域と言える。
- (ii) 降雨強度が大きいほど地下水位の上昇速度は速くなり、斜面上方での水位も高くなる。
- (iii) 地下水の発達過程は斜面垂直上昇型、また減水過程は斜面平行流下型と表現できる。
- (iv) 断続性降雨や先行降雨を有する豪雨では、斜面下方の地下水位が特に高くなり、パイピング崩壊や小崩壊を引き金とする大崩壊発生危険性がある。

## 7. おわりに

ここではダルシー則にもとづいた運動・連続方程式から直線斜面上の地下水の発達について数値計算及び近似解析の両面から考察した。次の機会には本成果を踏まえて、本稿の主目的である地下水の発達を考慮した斜面崩壊危険度評価について定量的に検討する。

参考文献 1) 金丸昭治・高柳琢馬(1978): 水文学。朝倉書店, 223P. 2) 平野宗夫ほか(1976): 人工降雨による土石流発生に関する実験(I)。土木学会第31回年次学術講演概要集 299-300。

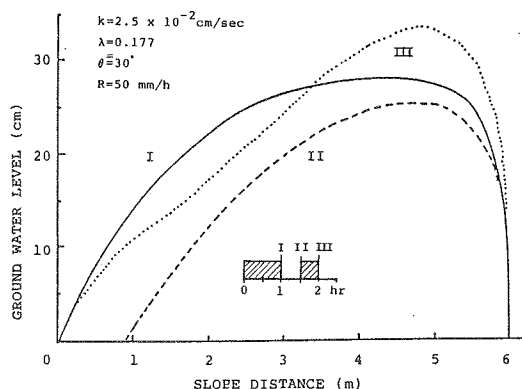


図6 断続的な降雨による地下水位, 下端排水(6m)