41　粒子流における分散力について

京都大学農学部 ○海堀正博・武居有恒
京都大学防災研究所　佐々恭二

はじめに：　自然現象のひとつとしての土石流や室内土石流実験などの粒子流においては、1954年のBagnold[1)]の先駆的な研究以来、高橋[2)~4)]、大同[5)]らによりせん断ひずみ速度の2乗もしくは1乗に比例するような粒子どうしの衝突に起因する分散力がその流動特性に重要な役割を占めることが見出されてきた。さらに橋本[6)]は粒子流の室内実験の微視的な解析から、流動中の粒子どうしの挙動は必ずしも衝突のみが重要なのではなく、衝突後の粒子どうしの接触に起因する応力の伝達もかなり重要であること、この接触応力は濃度に関係する等方的な応力に対応するものであると報告している。一方筆者はリングせん断試験機を使ったガラス・ビーズの試験結果を解析するにあたり、上記の分散力の考え方をあてはめてみたが、必ずしも現象をうまく説明できるようには思えず、「接触応力」的な考え方が必要であると感じている。「接触応力」的な考え方についてはまだ検討できていないので、ここでは分散力についてこれまでに発表されてきている表現式とリングせん断試験結果他とを比較検討する。

1. 分散力に関する従来の研究：　Bagnold[1)]によれば粒子の衝突による分散力Pは

$P = a_i \cdot G_s \cdot \lambda \cdot f(\lambda) \cdot D^2 \left(\frac{du}{dy}\right)^2 \cos\alpha_i$ ① ただしλは線密度で$\lambda = D/s = \frac{1}{(C_*/C)^{1/3} - 1}$，$D$は粒径，$s$は粒子間のすきま，$C_*$は最密充填濃度，$C$は濃度，$G_s$は粒子密度，$\alpha_i$は結果的には運動時の粒子の内部摩擦角，$a_i$は係数である。また分散力Pに比例した形でせん断力$T = P\tan\alpha_i$ ② が生じるとしている。粒子どうしの衝突による応力の伝達の大きさが粒子間流体の粘性により受け持たれる応力の大きさよりも卓越しているような領域（彼によれば$G^2 = G_s \cdot D^2 T / \lambda\eta^2 \geqq 3000$または$N = \frac{\lambda^{1/2} \cdot G_s \cdot D^2 (du/dy)}{\eta} \geqq 450$の場合。ただし$\eta$は粘性係数）では①式中の$f(\lambda)$は$\lambda$とおくことができ，その結果　$P = a_i \cdot G_s \cdot \lambda^2 \cdot D^2 \left(\frac{du}{dy}\right)^2 \cos\alpha_i$ ① となる。彼は同心二重円筒を用いた実験を行ない，その結果理論とよく一致したと報告している。ただしa_iについては結果的に、$\lambda \leqq 14$の場合は$a_i = 0.042$，$\lambda \geqq 14$の場合は$a_i = 0.042 + (\lambda - 14) \times 0.066$ ③ となった。これに対し大同[5)]は粒子流のエネルギー消費機構の考察およびBagnoldと同様の二重円筒型の試験装置による実験とから、分散力Pとして　$P = \frac{1}{6} K^2 \lambda \cdot G_s \cdot D^2 \left(\frac{du}{dy}\right)^2$ ④ それに伴うせん断力Tとして$T = P\tan\phi$ ⑤（ただし$K = 0.38$）を得た。また橋本[6)]は粒子流の室内実験の微視的解析と理論的考察とから、せん断力Tとして　$T = (0.0762 + 0.102\mu_o) \frac{\pi}{6} \beta^2 k_M G_s D^2 \frac{(C/C_*)^2}{1 - C/C_*} \left(\frac{du}{dy}\right)^2$ ⑥（ただし$\mu_o = 0.1$，$\beta = 1.15$，$k_M = 5.0$）を得た。

以上のせん断力Tに関する3つの式（②，⑤，⑥式）を次に比較してみよう。

②式より　$T = \underbrace{a_i \sin\alpha_i \lambda^2}_{T_1} \underline{\underline{G_s D^2 \left(\frac{du}{dy}\right)^2}}$　（ただしa_iについては③式も参照，$\alpha_i = 18°$とする）

⑤式より　$T = \underbrace{\frac{1}{6} K^2 \tan\phi \lambda}_{T_2} \underline{\underline{G_s D^2 \left(\frac{du}{dy}\right)^2}}$　（ただし$K = 0.38$，$\phi = \alpha_i = 18°$とする）

⑥式より　$T = \underbrace{(0.0762 + 0.102\mu_o) \frac{\pi}{6} \beta^2 k_M \frac{(C/C_*)^2}{1 - C/C_*}}_{T_3} \underline{\underline{G_s D^2 \left(\frac{du}{dy}\right)^2}}$　（ただし$\mu_o = 0.1$，$\beta = 1.15$，$k_M = 5.0$とする）

これら3式の二重下線の項は共通であるので、それ以外の項の種々の濃度での計算値を比較の対象とする（図1）。図1から、分散力に基づくせん断力は濃度Cが最大濃度C_*に接近すると急激に大きく

なること、T_2はT_1, T_3に比べ1オーダくらい小さいこと、3つの式のうちではBagnoldによるものが最も大きな値を与えることがわかる。そこでBagnoldの理論式①に彼の実験条件（ワックス球で $G_s=1$ (g/cm³), $D=0.132$ (cm), $\rho=1$ (g/cm³), $\eta=0.01$ (poise)）を代入して分散力Pを計算し、これと du/dy との関係を濃度をパラメータとして描いてみた（図2）。本来起こりうる現象の条件にこだわらずに描いたものであるが、du/dy の値が相当大きくなるか、λが大きくならないと分散力はそれほど大きな値とはならないことがわかる。

たとえば実際の土石流にあてはめていくつか計算してみる。土石流の例としては桜島の野尻川で昭和50年4月17日に発生した泥流[7]をとり上げる。文献7)によると泥流となった流動物質の諸特性は次の通りである。50％粒径0.02～0.07 cm，土粒子密度（平均）$G_s=2.64$ (g/cm³)，濃度（平均）$C=0.559$，流動深（最高水位）3.2 m，最大流速は13.6 m/sec，また流路勾配として$\theta=5.3°$，仮りにダイラタント流体として高橋の流速式にあてはめたときの逆算による最大ひずみ速度 $(du/dy)_{max}=6.4$ (1/sec)，C_*とα_iについては推定しなければならない。高橋によると、ある深さでの分散力はその部分での垂直応力とつりあっていて、$a_i\cos\alpha_i\lambda^2 G_s D^2 \left(\frac{du}{dy}\right)^2 = C(\sigma-n\rho)gh\cos\theta$ ⑦ と表わせる。ただし右辺のnは流動している砂れき群のうちの一部の荷重が流体に伝えられることによる影響を示すものであるが、簡単のために$n=1$とする。⑦式に上記の諸値を代入してみると

右辺 $= 0.559\times(2.64-1.0)\times980\times320\times\cos5.3°$
$= 286.3\times10^3$ (dyn/cm²)

左辺 $= a_i\cos\alpha_i\lambda^2\times2.64\times(0.07)^2\times(6.4)^2$
$= 0.4589\,a_i\lambda^2$（ただし$\alpha_i=30°$とした）

これより $a_i\lambda^2=62.3\times10^4$ ③式を用いて計算すると$\lambda\fallingdotseq215.9$となる。ゆえに$\lambda=\frac{1}{(C_*/C)^{1/3}-1}$ より $C_*=0.567$ が得られる。

以上の計算は分散力を求めるというよりはむしろ「分散力＝垂直応力」とおくことによってあらかじめ知り難いC_*を算出したものである。

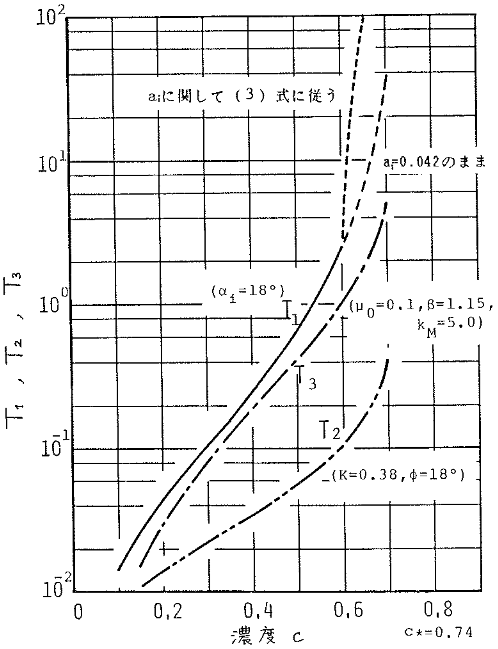


図1 ②,⑤,⑥式の係数の一部と濃度の関係

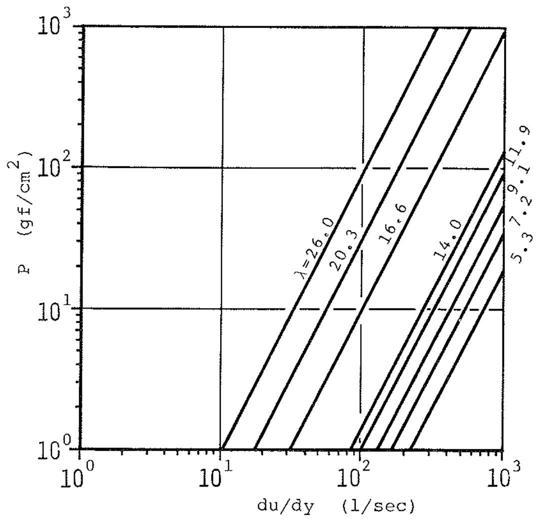


図2 Bagnoldの実験条件を使った du/dy と分散力の関係

しかし得られたλの値が異常に大きく、分散力だけで垂直応力のすべてを支えるようにおくことには無理があるように思われる。つまりC_*の値さえ適当に選べば実際の現象に合わせた結果を得ることは容易であるが、C_*やCのわずかな変化が結果を大きく変えてしまうので、本当に現象が説明できているのかどうかわからない。

2. リングせん断試験の場合の分散力： リングせん断試験機の側面からの観察により次のような挙動を記述できる。(1)せん断面をはさんでせん断ゾーンが形成され、その中にはある速度分布が見られる。(2)試料の初期の配列にかかわらず定常状態における粒子の移動形態はほぼ等流（粒子の乗り越しに起因した若干の波状運動を伴う）と見なせる。 そこで粒子の移動を定量的にとらえるためにビデオを撮り解析した。ガラス・ビーズ（2mm径）を用いた実験結果を示す（図3，図4）。この場合リングの回転速度u_sとして 1 cm/sec ～ 110 cm/sec を用いたが、各高さごとの流速を回転速度で割ってみると図3のように1つの曲線にのることがわかった。すなわち、粒子移動の特に激しいせん断ゾーンは中央部をはさんで上下各5粒径分程度の範囲に生ずる（図2において破線で描いているのはこの部分がちょうど金属のエッジ部にあたり観察できないことによる）。観察できる部分での実際の移動速度を各高さに対しプロットすると図4のようになっている。図4から各高さでの粒子のもつ速度がリングの回転速度にほぼ比例していることがわかる。比較のた

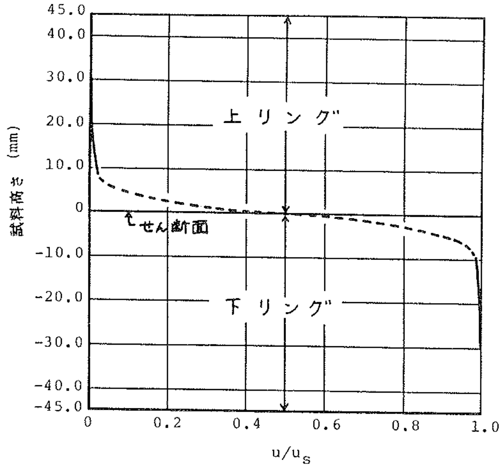


図3 ガラス・ビーズ（2mm径）を用いたリングせん断における速度分布（u_s = 1.23 cm/sec ～ 110.7 cm/sec，σ = 34～250 gf/cm²，C = 0.600～0.614）

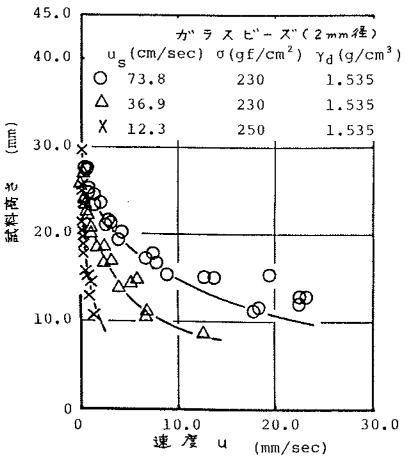


図4 ガラス・ビーズ（2mm径）を用いたリングせん断における速度分布

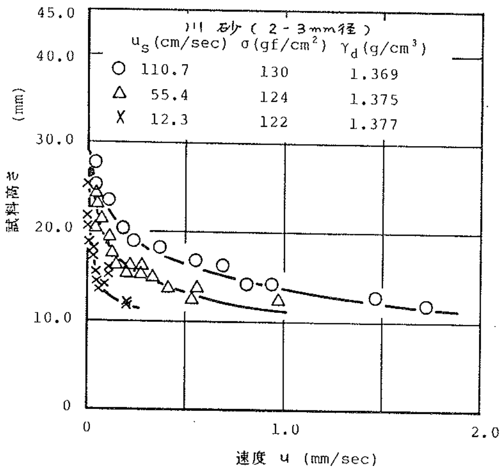
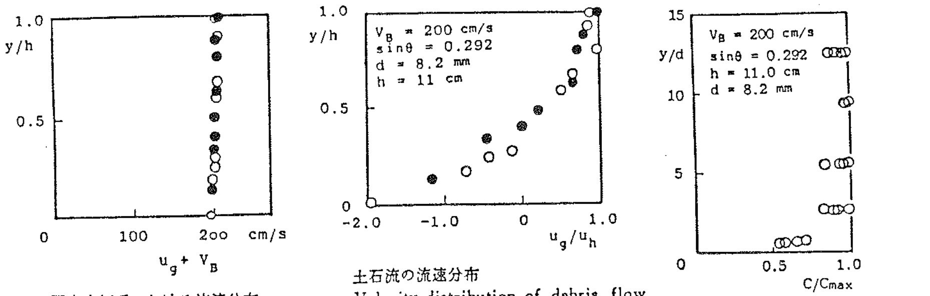


図5 川砂（2-3mm径）を用いたリングせん断における速度分布



固定座標系における流速分布
Velocity distribution in a fixed coordinate system

土石流の流速分布
Velocity distribution of debris flow (u_h : velocity at the surface, and y : distance from the bed)

土石流の濃度分布
Distribution of concentration

図6 ベルト・コンベア上での土石流の流速分布と濃度分布（平野・岩元[8]による）

めに川砂（2〜3mm 径）を用いて行なった同様の流速分布を図5に示す。川砂では同じリングの回転速度を与えても各高さでの粒子の移動速度は極めて小さいこと、すなわちガラス・ビーズよりもせん断ゾーンが巾せまく集中していることがわかる。これらの現象は平野・岩元によるベルトコンベア上での土石流実験でも見られた[8]（図6）。リングせん断における分散力を計算するため、図3から du/dy を求めると、リング回転速度が110 cm/sec の時に $(du/dy)_{max} \fallingdotseq 100$ である。ガラス・ビーズを球であるとして $C_* = 0.74$ をとると，試験時の C は 0.600〜0.614 であるから、$\lambda = 13.8 \sim 15.6$ となる。これより①式に代入して分散力を計算すると $P = 7.8 \sim 34.4$ (gf/cm²)。しかしこれだけではリングせん断試験における垂直応力の全てを説明することはできない。すなわち分散力以外の力、たとえば橋本による「接触応力[6]」的な力を考えねばならぬ可能性がある。なお、同一試料に異なる上載荷重をかけ、低速から高速へとリングせん断をした場合の濃度変化（試料の高さの変化）を図7に示した。上載荷重が大きいほど定常状態での濃度も大きいこと，また 90 cm/sec のものではそれより低速のものに比べ濃度が小さくなっていることがわかる。小さな濃度変化でも分散力に大きな影響を与えるので、高さ方向の濃度分布についても厳密に求める必要があるのだが、現在用いられている手法では極めて困難である。

まとめ：(1)分散力を求める式においては C_* の値をどう決定するかが大きな問題である。(2)垂直応力の全てを分散力で説明することは困難である。「接触応力」的な力を考える必要がある。(3)濃度分布を厳密に求める手法が必要である。

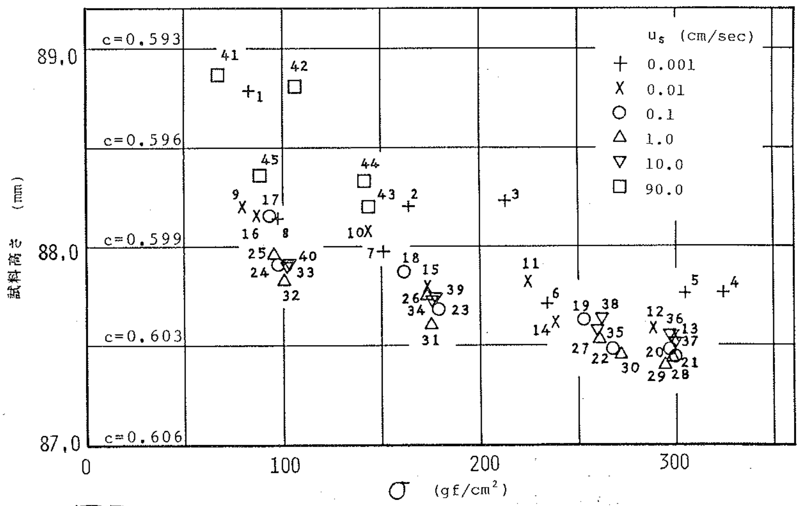


図7 ガラス・ビーズ（2mm径）を用いたリングせん断における試験中の垂直応力と濃度，試料高さの関係（数字は試験順序）

引用文献：1) Bagnold (1954): Roy. Soc. London 2) 高橋(1977)：京大防災研年報 3) 高橋(1980)：土木学会水理委員会 4) 高橋(1983)：混相流シンポ 5) 大同(1979)：第16回自然災害シンポ 6) 橋本(1984)：学位論文 7) 田原(1976)：新砂防 8) 平野・岩元(1981)：新砂防