13　水系網の成長と水系密度

神戸大学自然科学研究科 ○柏谷健二　神戸大学工学部　沖村　孝

I　はじめに　　水系網の成長は流域を構成する材料の侵蝕・運搬・堆積，土砂の生産と密接な関係を有すると考えられ，多くの研究が種々の手法によって進められてきている。例えば谷頭の伸長や側方侵蝕等による新たな谷の形成は崩壊・土石流等にも関係し，砂防工学的観点からの研究も精力的に行われている。

水系密度（谷密度）を含めた従来の水系網に関する研究は流域の構造の究明や崩壊等との関係の統計的な法則性の追求に主眼が置かれることが多く，その経時的変化の法則性を明確にしようという研究はそれほど多くはなかったようである。これには時間を含んだ資料の収集の困難さとともに時間軸を中心としたモデルの不備にもその一因があると思われる。時系列モデルを考える場合には，どの程度の時間スケールを考えるかによって，その設定条件が異なるのが普通であるが，時間的にも空間的にも種々のスケールを含んでいる流域に対して一般的なモデルを導入することはかなり困難であろうが，流域構造の変化と土砂生産の関係に関する予知・予測を考える場合には，その導入は一つの出発点になろう。このような観点から，筆者は先に水系密度の時間的変化を考えた数理モデルを提案しているので（KASHIWAYA，1983），ここではそのモデルの拡張を中心に議論を進めよう。

II　モデルの検討　　モデルの設定にあたっての基本的な仮定は，谷の発達は，i)谷頭の伸長およびii)側方侵蝕等による新たな谷の形成によるものとし，流路間の合併や消滅はないものとした。また，流路の形成を促す営力や流域を構成する材料の物性は一様であるとした。このような仮定からは，一定の面積を有する流域では，谷頭数が多ければ多い程，流路の総延長が長ければ長い程，成長の機会は多いことになる。これは

$$dD(t)/dt = \alpha(t)D(t) \qquad (1)$$

で表現され，$D(t)$，$\alpha(t)$ はそれぞれ，時刻 t における水系密度，比例係数である。次に $\alpha(t)$ の関数型の決定であるが，これには水系密度の性質を考えなければならない。すなわち，水系密度は i)無限に増大する，ii)特定の上限値を有する，iii)増加後再び減少するという三つの場合が考えられる。i)は理論的には可能だが現実的ではなく，iii)は流路の合併や消滅を考えないこのモデルからは除かれる。ii)の意味する谷の成長には限界があるという考えは，例えば図-1で示すように，谷の成長に関与する崩壊数は水系密度の増加とともにある値まで増加するが，その後減少する傾向があるということからも推察される。このことは流路の総延長が増加すれば成長の機会が多くなると同時に，新たに流路の発展する空間が減少するという考えにつながる。これは

$$\alpha(t) = \beta(t)\{1 - D(t)/\gamma(t)\} \qquad (2)$$

で表現される。但し，$D(t) \leqq \gamma(t)$ で，$\beta(t)$ は時刻 t における地形形成営力に関する係数であり，$\gamma(t)$ は流域構成材料の物性に関する係数で，いわば限界水系密度を意味する。従って(1)式は

$$\frac{dD(t)}{dt} = \beta(t)\left\{1 - \frac{D(t)}{\gamma(t)}\right\}D(t) \qquad (3)$$

となる。この式は置換により比較的簡単に解け，$t=t_0$ のとき $D(t)=D_0$ とすれば

$$D(t) = \frac{\exp\{\int_{t_0}^{t}\beta(t)dt\}}{\int_{t_0}^{t}\beta(t)/\gamma(t)\exp\{\int_{t_0}^{t}\beta(t)dt\}+1/D_0} \qquad (4)$$

となる。これが水系密度の経時的変化を示す理論式ということになる。特に

i) $\gamma(t) = \gamma = const.$ のときは

$$D(t) = \gamma D_0/[D_0+(\gamma-D_0)\exp\{-\int_{t_0}^{t}\beta(t)dt\}] \qquad (5)$$

ii) $\beta(t) = \beta = const.$, $\gamma(t) = \gamma = const.$ のときは

$$D(t) = \gamma D_0/[D_0+(\gamma-D_0)\exp\{-\beta(t-t_0)\}] \qquad (6)$$

となる。

III 考察　(6)式を用いたモデルの当否については既に報告している（Kashiwaya, 1983）が，ここではγの意味も含めて考察を進めよう。一般に(4)～(6)式で示されるモデルを検討するためには一つの流域あるいは地域における時系列資料が必要であることは言うまでもない。しかしながら，実験斜面や変化の著しい小流域を除いてはこのような資料を得ることは困難である。従って，年代測定の行われているいくつかの地形面を利用し，それを流域の発達段階に対応するものとして議論を進める必要がある（地形形成営力が同様で，構成材料が一様と考えられる地形面の利用に関する理論的根拠は別の機会に触れたい）。この時τ年前の水系密度は

$$D(\tau) = \gamma D_0/[D_0+(\gamma-D_0)\exp(-\beta\tau)] \qquad (7)$$

となる。Leopold et al (1964) が Ruhe (1954) の資料を用いていくつかのティル面上の水系密度と絶対年代の関係を調べたものに(7)式を適用してみると図-2で示されるようなものになる（但し，$\gamma = 0.5$ km/km²，$D_0 = 0.001$ km/km²，$\beta = 0.004$/year）。この図からも認められるように近似的には(7)式の成立が示唆されるが，(4)，(5)式を含めた検討が更に必要であろう。また，γと流域構成材料との関係においては，γが大きければその材料のいわば侵蝕性が大きいと考えられ，従来からも地質の差異による水系密度の差異が指摘されているが，地質条件も含めた対応条件の考察が今後の課題であろう。

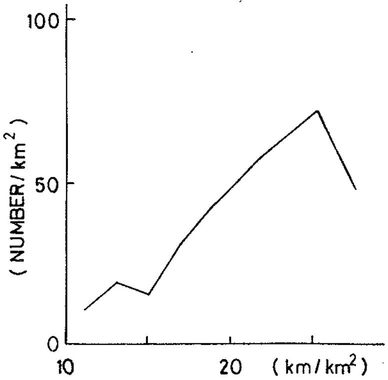

図-1
(沖村，1980)

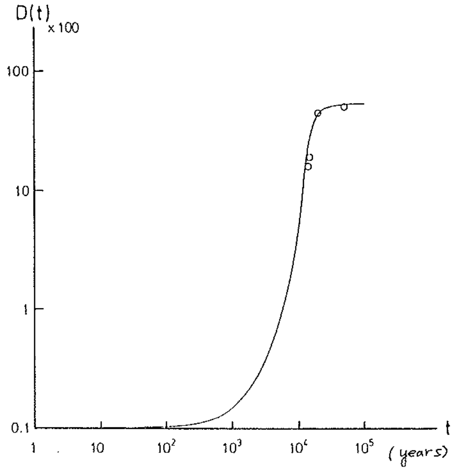

図-2