(28) 半無限単純斜面における安定と臨界円条件式の導入について

国土防災技術（株）技術本部　申　潤植　○土屋　智

1. はじめに

斜面の安定解析はもっとも危険な状態に対して行なわれるのが原則である。円弧すべりを対象としても，先ずもっとも危険な，すなわち安全率F最小のすべり円弧（臨界円弧）を見い出さねばならない。一般には多くの円弧について繰り返し試算を行ない，ある決められた土質定数対応の臨界円弧を求め，安定解析を実施するが，煩雑であることから必ずしも正確を期しがたい。

以下に述べる方法は斜面を半無限斜面として単純化し，かつすべり面を規制する基岩面と定常浸透流が存在する条件のもとでの臨界円の探り出しを容易にするものである。また基岩面条件が与えられればc'，φ'を別々にしかも一義的に推定することもできる。したがって分割法による原斜面についての試算に先き立ち臨界円弧の見当をつけるといった操作上の有用性があり，$c'-\tan\varphi'$図法の欠陥すなわち，c'，$\tan\varphi'$のいずれか一方を推定して与え他を求めるといった相対的な推定方法の欠陥を補うものである。

2. 条件式の導入

図－1に従い接線分力の総和Tと法線分力の総和Nは円弧の中心角θに関する積分から

$$T=\int_{-\theta}^{\theta}\frac{\omega r^2}{\cos\alpha}(\cos\rho-\cos\theta)\cdot\cos(\alpha+\rho)\cdot\sin(\alpha+\rho)\cdot d\rho \quad \cdots\cdots (1)$$

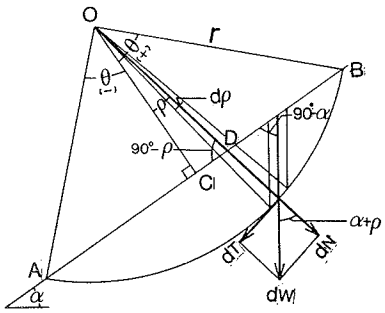
$$=\frac{2}{3}\omega r^2\sin\alpha\cdot\sin^3\theta$$

$$N=\int_{-\theta}^{\theta}\frac{\omega r^2}{\cos\alpha}(\cos\rho-\cos\theta)\cdot\cos(\alpha+\rho)\cdot\cos(\alpha+\rho)\cdot d\rho$$

$$=\frac{\omega r^2}{\cos\alpha}\left(\sin\theta-\theta\cdot\cos\theta+\frac{1}{3}\cdot\cos2\alpha\cdot\sin^3\theta\right) \quad \cdots\cdots (2)$$

$$L=2\cdot r\cdot\theta \quad \cdots\cdots (3)$$

（L：すべり面長；ω：土の単位重量）



図－1．円弧と記号

で求められる。また間隙圧比r_uを導入すれば，水中法線力の総和$\overline{N}$は

$$\overline{N}=(1-r_u)\cdot N \qquad \left(r_u=\frac{u}{\omega\cdot h}\quad u：圧力水頭\quad h：スライス高\right) \cdots\cdots (4)$$

で求められる。

3. 基岩面条件と臨界すべり円弧の条件式

基岩面条件は図－2に示す4つのケースが考えられる。図中（a）は斜面が均質な材料で構成される場合（以下均質斜面と呼ぶ），（b）は基岩面が地表に平行な場合（等厚基岩面と呼ぶ），（c）は平行でない場合（以下単斜基岩面と呼ぶ），（d）は複合の基岩面から成る場合（複合基岩面と呼ぶ）である。図－2に従いすべり円弧の半径rを中心角θと斜面形状，基岩面形状で表現し無次元値r_0，r'/r（r'はrに関する微分係数）を求める。

次に臨界すべり円弧の条件は，修正ラレニウスの式（5）

(a) 均質斜面　　(b) 等厚基岩面　　(c) 単斜基岩面　　(d) 複合基岩面

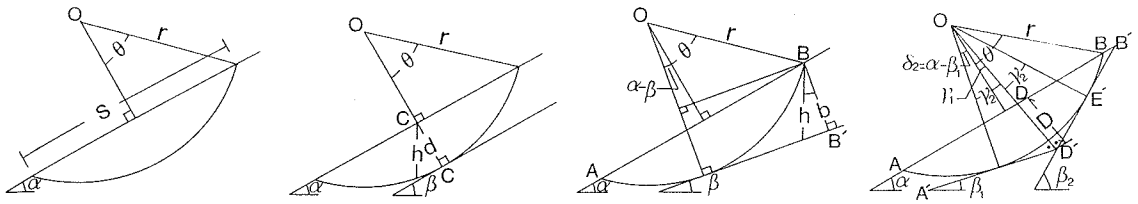


図-2　基岩面の4つのケース

$$F = \frac{c' \cdot L + \bar{N} \cdot \tan\varphi'}{T} \quad \cdots\cdots (5)$$

を変形し分子，分母を$\omega\lambda^2$（λは図-2のS，d，b，$D\cdot\cos\gamma_2$に相当）で除し，両辺に$\sin 2\alpha$を乗じ整理する。式の右辺は分子，分母ともに無次元値表現となっている。

$$F \cdot \sin 2\alpha = \frac{2 \cdot \frac{c' \cdot \cos\alpha}{\omega \cdot \lambda} \cdot \frac{L}{\lambda} + (1 - r_u) \cdot \frac{N \cdot \cos\alpha}{\omega\lambda^2} \cdot \tan\varphi'}{T / \omega\lambda^2 \sin\alpha} \quad \cdots\cdots (6)$$

ここで新たにT_1，N_1，L_0を定義し，

$$T_1 = \frac{1}{3} r_0 \sin^3\theta \quad N_1 = r_0^2(\sin\theta - \theta \cdot \cos\theta) \quad L_0 = 2 r_0 \theta \ (r_0 = r/\lambda) \quad \cdots\cdots (7)$$

とすれば，安全率Fは

$$F = (1 - r_u) \cdot \tan\varphi' \cdot F_\alpha, \ (F_\alpha = (F_0 + \cos 2\alpha)/\sin 2\alpha \ ; \ F_0 = (K_0 \cdot L_0 + N_1)/T_1) \quad \cdots (8)$$

$$K_0 = \frac{c' \cdot \cos\alpha}{\omega\lambda \cdot (1 - r_u) \cdot \tan\varphi'} \quad \cdots\cdots (9)$$

で表わされる。他方臨界円の中心角の½をθ_{cr}とすれば臨界円は$dF/d\theta = 0$を満足しなければならない。すなわちc'，$\varphi' > 0$とすれば（8）式から

$$\frac{dF}{d\theta} = \frac{d}{d\theta}\left(\frac{K_0 L_0 + N_1}{T_1}\right) = \frac{(K_0 L_0' + N_1')T_1 - T_1'(K_0 L_0 + N_1)}{T_1^2} = 0$$

$$\therefore \quad K_0 = \frac{N_1 T_1' - N_1' T_1}{L_0' T_1 - L_0 T_1'} = \frac{1}{2} \cdot r_0 \frac{\sin\theta(1 + 3\cot^2\theta - 3 \cdot \cot\theta/\theta)}{r'/r + 3\cot\theta - 1/\theta} \quad \cdots\cdots (10)$$

（10）式が臨界円の条件式である。（10）式の右辺はすべてθのみの関数であるように整理してあるから，θ値を与えK₀値を試算し，その値が（9）式により与えられるK₀に等しい場合そのθ値が（9）式における設定された条件下での臨界円弧のθ_{cr}である。なお（10）式にはc'項を含まない。r_uと$\tan\varphi'$を与えr_uのもとでのFを推定して与えて（8）式から出発すれば，（9）式を介して逆にc'が一義的に決定される。また（9）式から出発すれば臨界円弧のθ_{cr}と安全率Fまたは$\tan\varphi'$，（8）式から出発すればθ_{cr}とc'または下対応の限界基岩面条件値λが一義的に定まる。

参考文献

荻原貞夫：斜地の安定－円形地すべりの解析，(財) 林業土木コンサルタンツ付属研究所調査報告 NO. 7，昭51年，申潤植：JCE技術シリーズ 第6集，国土防災技術（株）昭56年，久保田敬一：浸透水と土の安定，山海堂，昭41年