流下石礫による水叩工の侵食に関する研究

九州大学農学部　綿引 靖

砂防ダム下流河床に設けられる水叩コンクリートエが、ダムから落下する礫によって侵食される現象について、渓流における出水、礫の流送、ダムからの礫の落下、そして水叩工の侵食に至る一連のプロセスに、論理的モデルをあてはめ、数値実験により解析した。

ダム高H、放水路（矩形）の幅および高さB，T、渓床勾配I、流域面積A、流域単位面積あたりの平均流量Q_0がそれぞれ与えられているものとし、ダム下流のり面を鉛直、当初の水叩面を水平とする。のり尻（原点）から水叩部へ水平および鉛直方向にとった長さをそれぞれL，D、また、越流水位をh、流量をQ、渓床礫の粒径をd、平均粒径をd_mとし、$L/H\equiv\eta$、$D/H\equiv\gamma$、$h/H\equiv\beta$、$Q/AQ_0\equiv\nu$、$d/d_m\equiv\delta$とそれぞれあらわす。

1　水位（流量）頻度　　流速式にManning式を用いると

$$\nu=\{\sqrt{I}\,B\,H^{\frac{5}{3}}/(n\cdot AQ_0)\}\beta^{\frac{5}{3}}\equiv C_1\,\beta^{\frac{5}{3}}$$

ここに、n：粗度係数　Strickler型の式を用い、$n=0.0041\,d_{90}^{\frac{1}{6}}$（cm・sec単位）とする。

礫の流れ得る流量に対し、その頻度(F;時間)の分布を指数分布とすると、

$$F=\ C_2\,exp\{-a\,\nu\}\equiv f_1(\beta)\qquad(a：定数)$$

2　流砂量　渓床礫の粒度分布（$f_2(\delta)$）を対数正規分布とすると、$\sqrt{d_{84}/d_{16}}\equiv\sigma$，$d_m$．$\sigma$を定数とし

$$f_2(\delta)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\ln\sigma\,d_m\cdot\delta}\cdot exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(\delta\cdot d_m/d_{50})}{\ln\sigma}\right)^2\right\}$$

δの礫の放水路単位幅、単位時間あたりの流砂量（q_B；体積）は

$$q_B=\{f_2(\delta)\cdot U_*\,d_m\cdot\delta\}\,f_3(\beta,\delta)\equiv f_4(\beta,\delta)$$

ここに、U_*：摩擦速度、$f_3(\beta,\delta)$に芦田・道上式を用いる。

3　礫の移動速度　　流速および礫（球体）の移動速度をそれぞれU，U_gとすると

$$U-U_g=\sqrt{4/3\cdot g\,d_m/C_D\cdot\{S\sqrt{1-I^2}\,\mu_f-(S+1)I\}}\,\sqrt{\delta}\equiv C_3\sqrt{\delta}\qquad(1)$$

ここに、C_D：抗力係数（0.4）、μ_f：動摩擦係数（0.4）、S：礫の水中比重（1.65）、g：重力の加速度（980 cm/sec²）　一方、水叩面上の任意の一点p（η，γ）に、ダム天端から礫が落下するとき、

$$\eta=U_g\sqrt{2/gH}\,\sqrt{1+\gamma}\qquad(2)$$

式(1)(2)よりU_gを消去すれば

$$\sqrt{\delta}=\{\sqrt{I}/n\cdot H^{\frac{2}{3}}\beta^{\frac{2}{3}}-\eta\sqrt{gH/2(1+\gamma)}\}/C_3\qquad(3)$$

4　侵食量　　水叩コンクリートの侵食量は、礫の衝突による運動エネルギーの損失量（E）に比例するものとし、礫の質量をM（体積$\pi/6\cdot d_m^3\delta^3\equiv f_5(\delta)$）、衝突前後の速度をそれぞれ$U_0$，$U_0'$であらわすとき

$$E=\frac{1}{2}M(U_0^2-U_0'^2)=\frac{H}{4}W\,f_5(\delta)\left\{4(1+\gamma)+\frac{\eta^2}{1+\gamma}\right\}\left[1-(e\sin\theta)^2-\{|\cos\theta|-\mu(1-e)\sin\theta\}^2\right]\equiv f_6\left(\delta,\eta,\gamma,\frac{\partial\gamma}{\partial\eta}\right)$$

ここに、W：礫の単位体積重量、θ：礫の水叩面への衝突角、e，μ：礫とコンクリートの反発ならびに摩擦係数（それぞれ、0.5、0.7を用いる）　鉛直方向への侵食量は、衝突点における水叩面の

傾斜をϕ ($=\tan^{-1}(\partial\gamma/\partial\eta)$)であらわし、$E|\sec\phi|$ に比例して求められる。

5　侵食量を求める基礎方程式　　式(3) の関係を $f_4(\beta,\delta)$、$f_5(\delta)$ 、$f_6(\delta,\eta,\gamma,\partial\gamma/\partial\eta)$ に代入してδを消去し、それぞれ $f_4(\beta,\eta,\gamma)$、$f_5(\beta,\eta,\gamma)$、$f_6(\beta,\eta,\gamma,\partial\gamma/\partial\eta)$とする。水位が$\beta$の値をとるとき、点$p$において侵食量の増加率は、($\beta$の頻度)×(礫の単位時間落下個数)×(単位個数による侵食量)により示される。βの領域を考察すると、礫が流れるとき$U_* > U_{*c}$(限界摩擦速度) U_{*c}のときにβ_1とすれば、すなわち $\beta>\beta_1$　また、式(3) において右辺が正であることより、$\beta>(\sqrt{g/2IH^3}\cdot n\eta/\sqrt{1+\gamma})^{\frac{3}{2}}\equiv\beta_2$　この両条件を満たすには、$\beta > Max\{\beta_1,\beta_2\}\equiv\beta_{min}$　また、最高水位は、放水路の高さまでとして、$\beta\leq T/H\equiv\beta_{max}$　以上より、区間$(\beta_{min},\beta_{max}]$において、次式が成り立つ。

$$\frac{\partial\gamma}{\partial\beta} = C_4\ f_1(\beta)\,\frac{f_4(\beta,\eta,\gamma)}{f_5(\beta,\eta,\gamma)}\cdot f_6\left(\beta,\eta,\gamma,\frac{\partial\gamma}{\partial\eta}\right)\sqrt{1+\left(\frac{\partial\gamma}{\partial\eta}\right)^2} \qquad (4)$$

6　計算　　当初よりN期間経過後における侵食量(形状)を、N_0ずつの小期間の侵食量の累積として算出する。N_0の期間、水叩面は一定形状に保たれるものとし、この期間の求められた値にしたがって、N/N_0回形状更新を行う。η軸上に原点から等間隔(ε)に、点 1, 2, …, j, … を設け、各点より下した垂線が水叩面と交わる点(p)において、式(4)により侵食量を求める。この点では、$\eta,\gamma,\partial\gamma/\partial\eta$はそれぞれ一定となり、式(4)右辺を$\beta_{min}$から$\beta_{max}$まで積分することにより、$N_0$期間の$\gamma$の値が求められる。なお、j点下において、$\partial\gamma/\partial\eta|_j=(\gamma_{j+1}-\gamma_{j-1})/2\varepsilon$で与えられるものとする。式(4)に用いられる定数のうち、ここで明らかでないものは、C_2, a, d_m, σ, C_4　このうち、C_4は、侵食量に関与する係数であり、侵食部の最大深さ(γ_{max})が、実測値と計算値とで合致するよう(ここでは、誤差1/10以内)試算により決定する。C_2は、このC_4に含めて考えることができる。残る$\{a, d_m, \sigma\}$に対し、適当な数値を仮定する。以下、計算例を示す。(天竜川水系流域) なお、$\varepsilon=0.05$を用いる。

1　小黒川ツバメ沢堰堤

$H=650$, $B=2100$, $T=330$ } (cm)　$I=0.05$

$A=10$ (km²)　$Q_0=5\times10^4$ (cm³/sec/km²)

$\gamma_{max}=0.123$

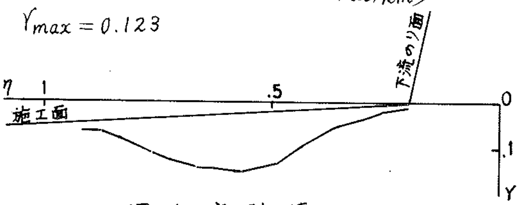
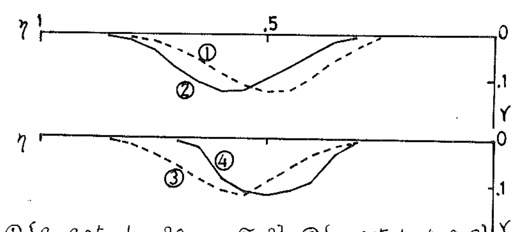


図-1　実測値



①{a=0.05, dm=20cm, σ=3}　②{a=0.05, dm=40, σ=3}

③{a=0.05, dm=20, σ=5}　④{a=0.2, dm=40, σ=3}

図-2　計算値 ($N/N_0=5$)

2　小渋川生田第二床固

$H=150$　$B=10000$　$T=400$　$I=0.017$

$A=300$　$Q_0=5\times10^4$　$\gamma_{max}=0.57$

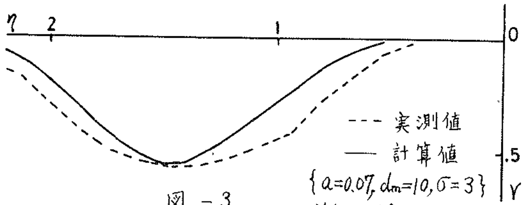


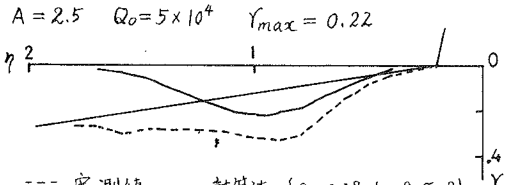
図-3

$N/N_0=10$

3　大沢川最下流床固

$H=200$, $B=500$　$T=226$　$I=0.131$

$A=2.5$　$Q_0=5\times10^4$　$\gamma_{max}=0.22$



--- 実測値　— 計算値　{a=0.08, dm=8, σ=3}

図-4　　$N/N_0=5$