

# 砂質土におけるベーン試験の解釈

京大農学部 ○佐々恭二、武居有恒

## 1. 研究の目的

従来ベーンテストは軟弱粘土に対する原位置セリ断試験として、粘土に用いてのみに用いられ、砂には用いられていない。これは一つには粘土に対してベーンを用いる場合、セリ断は非排水条件で起ると仮定でき、ベーンにセリ断の為の力を加えてもセリ断面上の有効応力は変化しないと仮定できる。その為ベーンのトルクから容易に非排水セリ断強度が算定できたからである。またより基本的にはベーンが考案され、広く用いられて来たスロジナビオス輪、英国等においてはほとんど砂質土面の崩壊が生じず（雨が少なく、また砂質土面自体がほとんど乾き）、その必要性がなかったからと思われる。ベーンによる排水セリ断強度測定の問題を最初に試みたのがオーストラリアの Farrent<sup>1)</sup> である。しかし彼の用いている仮定、その誘導ともわかりにくく、一般にもあまり知られていない。筆者は彼の研究をもとに、Hillの塑性学<sup>2)</sup>中の一般塑性材料の平面歪理論から砂質土に対するベーン試験（排水セリ断）の解釈を行った。求められたその形はベーン上面のセリ断強度を無視すること以外 Farrentが導いた式と基本的に同じものになった。

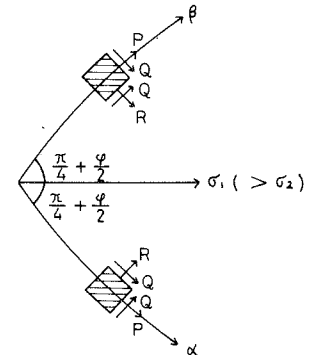


図1 すべり線に沿う応力成分

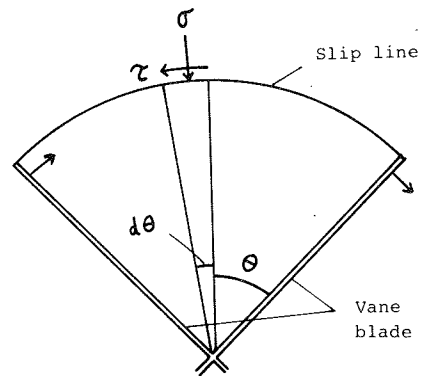


図2 ベーンの周りのすべり線と応力

## 2. 砂でのベーンテストとその解釈

砂でのベーンテストの解釈に必要な仮定は次の5つである。1) セリ断は完全な排水条件で行われる。2) 鉛直面でのセリ断は平面歪状態である。ベーンの上下のセリ断面での有効応力は変化しない。3) ベーンを回転させる時、すべり面（セリ断面）はベーンの刃の先を通る円で近似できる。4) ベーンセリ断中の体積変化は実際のすべりの際に生じる体積変化と異なると思われるが、その差は無視し得る。5) すべり面上の垂直応力はベーンの刃に対する相対的位置によって変化し、回転するベーンの刃の前面で垂直応力は最大、裏面で最小になるが、裏面での垂直応力は自然状態の垂直応力と等しいと仮定する。

Hill によれば一般塑性材料の平面歪状態では図1で次の

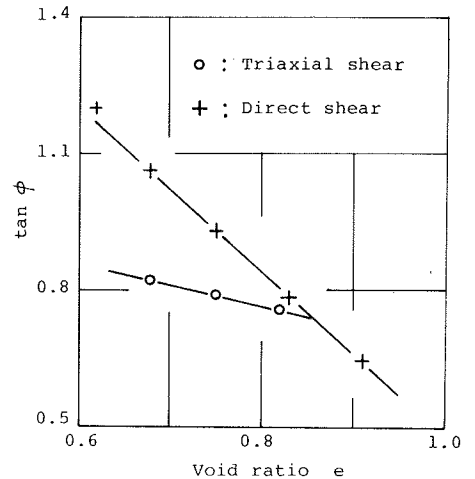


図3 豊浦砂の内部摩擦角と塑性指数との関係（井上<sup>3)</sup>による）

関係がある。

$$dR - 2Q d\theta_\beta = 0 \quad \alpha\text{-カブに沿って}$$

$$dR + 2Q d\theta_\alpha = 0 \quad \beta\text{-カブに沿って}$$

ベーンの回りの砂層内で内部マサツ角は一定と考  
れるので  $d\theta_\beta = d\theta_\alpha = d\theta$   $\therefore dR = \pm 2Q d\theta$   
これをベーンの問題に適用すると、図2において①

式が成立し、7-12)式を微分すると②式を得る。

$$d\sigma = \pm 2\tau d\theta \dots\dots ① \quad \frac{d\tau}{d\theta} = \frac{d\sigma}{d\theta} \tan\phi \dots\dots ②$$

$$\text{②を①へ代入すると} \quad \frac{d\tau}{\tau} = \pm 2 \tan\phi d\theta \dots\dots ③$$

$$0 \rightarrow \theta \text{まで積分すると} \quad \tau_\theta = \tau_0 e^{\pm 2\theta \tan\phi} \dots\dots ④$$

これを用いて自然状態での鉛直面でのセリ断強度  
 $S_v$  をベーンのトルク  $T$  より求めると (標準ベ  
ーン  $h=4r$ ,  $\frac{1}{2}\tau_H \leq \tau_v \leq \tau_H$ ,  $\phi=30^\circ$  の時に 2.6  
%以内の誤差で) 次式が成立する。

$$S_v = T / \left\{ \frac{2}{3}\pi r^3 + 2hr^2 \cot\phi (e^{2\theta \tan\phi} - 1) \right\} \dots\dots ⑤$$

$h, r$  はベーンの長さと同半径、ベーン上面のセリ断強  
度は羽根で切られた応力解放が生じるので無視

モデル砂層内の間ゲキ比のバラつきは測定によれ  
ば  $\pm 0.02$  程度までであった。図3は豊浦砂の  
間ゲキ比とマサツ角の関係であり、 $e$  の  $\pm 0.02$  の変化  
は  $\tan\phi$  の  $\pm 0.01 \sim 0.03$  (1~4%) の変化に相当し、  
ほぼ無視し得る。飽和によるマサツ角の変化は図  
4の如くほとんど方いので、モデル砂層内ではマサ  
ツ角は一定と考えて⑤式より鉛直面でのセリ断強度  
分布が求められる。図5は豊浦砂を水中に漬し、  
ほぼ  $K_0$  状態で堆積させたものである。この時、  
図3と Jaky の式  $K_0 = 1 - \sin\phi$  より砂層内の鉛直  
面でのセリ断強度分布が計算できる (図5の実線)。  
図5より従来用いられていたベーンの式  $S = T /$   
 $\frac{2}{3}\pi r^2 (3h + 2r) \dots\dots ⑥$  で計算したものは実線の理論値  
と大きく異なるが、⑤式で計算した値は理論値とは  
ほぼ一致しており、⑤式が砂質土に対するベーンの解  
釈として妥当であることを示している。

引用文献 1) Farrent T.A.: Proc. 3rd Australian  
New Zealand Conf. on SMFE, 1960 2) Hill R.  
; The mathematical theory of Plasticity, Oxford c. Press. 3) 井上; 土木学会論文集 No.101

但し  $\alpha, \beta$  はすべり線 (特性曲線),  $P, R$  は垂直応力  
 $Q$  はセリ断応力,  $\theta_\alpha, \theta_\beta$  はある固定方向から反時計  
回りに測った  $\alpha$ -カブ,  $\beta$ -カブの方向角

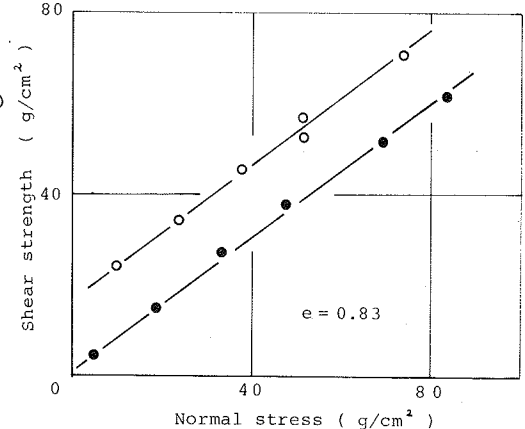


図4 飽和に伴うセリ断強度の変化 (一面セリ断)

- :  $S_r = 42.7\%$ ,  $\tan\phi = 0.74$
- :  $S_r = 100\%$ ,  $\tan\phi = 0.73$

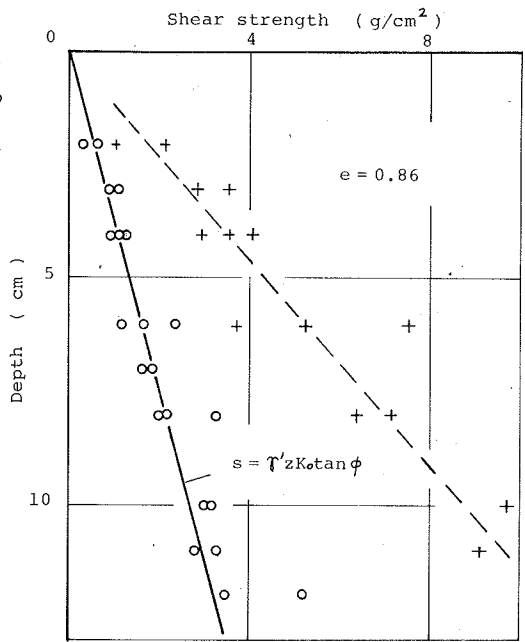


図5 ベーンで測定した値と理論値の比較

- : ベーンのトルクより⑤式で計算した値
- +