

## (41) 相対運動の場にある砂礫の速度とその抵抗に関する一考察

建設省大隅工事事務所 山内 修  
京都府立大学農学部 日浦 哲全

### 1.はじめに

砂礫の移動速度は、流砂ならびに堆積機構を知る上に重要な因子である。本研究では、粗面乱流で相対粒径・水路勾配大なる水理条件の下で移動速度の測定を行い、相対速度とそれに影響する諸因子との関係および砂礫の抵抗に関して若干の理論的解析と実験的検討を加えたので、ここに報告する。

### 2. 実験方法

寸法  $20 \times 20 \times 1600$  cm, 平均粒径  $0.34$  cm の砂粒粗度を持つ水路を用い、その等流区間に於て模型砂礫を流下させ、区間  $1\text{m}$  を通過するに要する時間を光電管方式で記録し砂礫の平均移動速度を算出した。また、流速は流速計および流量・流水断面積より求めた。

### 3. 砂礫運動の理論的考察

移動している砂礫の運動方程式は、重力、浮力、流体抵抗、揚力、回転抵抗、仮想質量力、慣性力などの諸力によって立てられる。今、砂礫が等速運動状態にあるとすれば、第一近似式として

$$W \sin \theta + \frac{1}{2} C_D \cdot \rho (U_e - \bar{V}_s)^2 A - \mu_f (W \sin \theta - F_B) = 0 \quad \dots \dots \dots (1)$$

但し、 $W$  : 砂礫重量,  $C_D$  : 抗力係数,  $\rho$  : 流体密度,  $U_e$  : 代表流速,  $\bar{V}_s$  : 砂礫の平均移動速度,  $A$  : 浸潤面積,  $\mu_f$  : 動摩擦係数,  $F_B$  : 浮力

(1)式を、砂礫が水面下に没している場合と水面上に一部露出している場合に分けると、  
① 水面下に没する場合 ( $h/d \geq 1$ )

$$\sigma g \frac{\pi}{6} d^3 \sin \theta + 1/2 C_D \rho (U_e - \bar{V}_s)^2 \frac{\pi}{4} d^2 = \frac{\pi}{6} d^2 = \frac{\pi}{6} (\sigma - \rho) g d^3 \cdot \cos \theta \cdot \mu_f \quad \dots \dots \dots (2)$$

(2)式を整理すれば相対速度は、

$$\frac{\bar{V}_s}{U_e} = 1 - \sqrt{\frac{4}{3} C_D \cdot \frac{g h}{U_e^2} \cdot \frac{d}{h} \left\{ \left( \frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) \cos \theta \cdot \mu_f - \frac{\sigma}{\rho} \sin \theta \right\}} \quad \dots \dots \dots (3)$$

② 水面上に一部露出している場合 ( $h/d < 1$ )

$$\begin{aligned} \sigma g \frac{\pi}{6} d^3 \sin \theta + 1/2 C_D \rho (U_e - \bar{V}_s)^2 \left\{ \frac{\pi}{8} d^2 + (h - \frac{d}{2}) \sqrt{d(h-h^2)} + \frac{d^2}{4} \sin(\frac{2h}{d}-1) \right\} \\ = \frac{\pi}{6} \left\{ \sigma - \rho \left( \frac{h}{d} \right)^2 \left( 3 - \frac{2h}{d} \right) \right\} g d^3 \cdot \cos \theta \cdot \mu_f \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (4)$$

(4)式より、

$$\frac{\bar{V}_s}{U_e} = 1 - \sqrt{\frac{4}{3} C_D \cdot \frac{g h}{U_e^2} \cdot \frac{d}{h} \left\{ \frac{\sigma}{\rho} - \left( \frac{h}{d} \right)^2 \left( 3 - 2 \frac{h}{d} \right) \right\} \cos \theta \cdot \mu_f - \frac{\sigma}{\rho} \sin \theta} \cdot \frac{\pi}{2} + 4 \left( \frac{h}{d} - 1/2 \right) \sqrt{\frac{h}{d} - \left( \frac{h}{d} \right)^2} + \sin^{-1} \left( \frac{2h}{d} - 1 \right) \quad \dots \dots \dots (5)$$

以上の結果ならびに次元解析より

$$\bar{V}_s / U_e = f(\sigma/\rho, d/k, h/d, \theta) \quad \dots \dots \dots (6)$$

次に、回転抵抗が速度差 ( $U_e - \bar{V}_s$ ) の関数とし、

$$\mu_f (W \cos \theta - F_B) = 1/2 C_R \rho (U_e - \bar{V}_s)^2 A \quad \dots \dots \dots (7)$$

とおき、(1), (7)より第二近似式として

$$W \sin \theta = 1/2 (C_R - C_D) \rho (U_e - \bar{V}_s)^2 A \quad \dots \dots \dots (8)$$

(8)式より、回転抵抗を流体抵抗に含ませた場合の合成抵抗力係数  $C_D' = C_R - C_D$  は、

(i) 水面下に没している場合 ( $h/d \geq 1$ )

$$C_D' = \frac{4}{3} \cdot \frac{d}{(U_e - \bar{V}_s)^2} \cdot \frac{\sigma}{h} \cdot \frac{\sin \theta}{\rho} \quad \dots \dots \dots \quad (9)$$

(ii) 水面上に一部露出している場合 ( $h/d \leq 1$ )

$$C_D' = \frac{4}{3} \cdot \frac{g h}{(U_e - \bar{V}_s)^2} \cdot \frac{d}{h} \cdot \frac{\sigma}{\rho} \cdot \frac{\pi \sin \theta}{\frac{\pi}{2} + 4 \left( \frac{h}{d} - \frac{1}{2} \right) \sqrt{\frac{h}{d} - \left( \frac{h}{d} \right)^2} + \sin^{-1} \left( \frac{2h}{d} - 1 \right)} \quad \dots \dots \dots \quad (10)$$

(9), (10)式ならびに次元解析より

$$C_D' = f \left( \frac{h}{d}, Re, Fr, d/k \right) \text{ or } f \left( \frac{h}{d}, Re, \theta, d/k \right) \quad \dots \dots \dots \quad (11)$$

以上の式に於て、 $\sigma$  : 砂礫密度、 $d$  : 砂礫直径、 $h$  : 水深、 $k$  : 砂粒粗度の平均粒径

#### 4. 実験結果の整理

以上の考察を踏まえ、相対速度と合成抵抗係数に関する右図に示すような整理を行った。

- (i) 砂礫の比重 ( $\sigma/\rho$ ) が大なる程、相対速度 ( $\bar{V}_s/U_e$ ) は低下する。(図-1, 4)
- (ii) 相対速度は、相対水深 ( $h/d$ )、水路勾配 ( $\theta$ ) が大なる程、増大する。また、相対粗度 ( $d/k$ ) に関しては、本実験範囲では明確な関係は認められなかった。(図-2, 3, 4)
- (iii) 合成抵抗係数  $C_D'$  は、水路勾配大なる場合  $Re$  数 ( $U_e - \bar{V}_s \cdot d/\rho$ ) の増加にともない減少するが、水路勾配が小さくなるにつれて  $Re$  数との関係は顕著でなくなる。(図-5)
- (iv) 合成抵抗係数は、 $Fr$  数 ( $(U_e - \bar{V}_s)/gh \cos \theta$ ) が小なる場合相対水深の増加にともない急激に減少するが、 $Fr$  数が大きくなるにつれて、その変化率は次第に小さくなり一定となる傾向にある。(図-6)

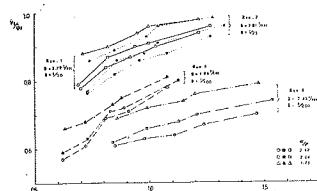


Fig. 1  $\bar{V}/U_e \sim h/d, \sigma/p$

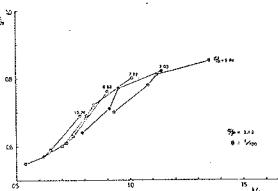


Fig. 2  $\bar{V}/U_e \sim h/d, d/k$

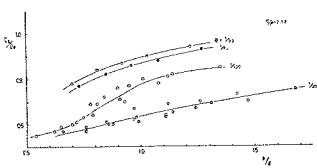


Fig. 3  $\bar{V}/U_e \sim \theta, d/k$

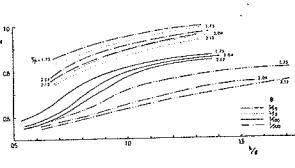


Fig. 4  $\bar{V}/U_e \sim h/d, \sigma/p, d/k$

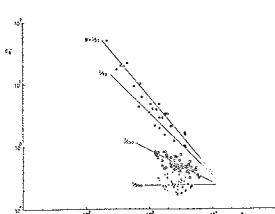


Fig. 5  $\bar{V}/U_e \sim \theta, Re$

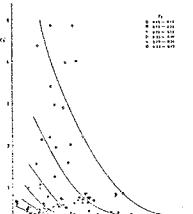


Fig. 6  $\bar{V}/U_e \sim Fr$