

1. はじめに

表層崩壊の予測は斜面の水文・土質的な条件の複雑さに起因し、極めて困難な課題である。今泉ら(2009)は無限長斜面の安定条件を与える式をもとに、斜面の安定性を支配する無次元パラメータを求め、地下水深の斜面安定に及ぼす寄与度が地下水深を土層厚で除した無次元地下水深 η_w として表されることを示した。誘導にあたっては間隙水圧が静水圧と等しいと仮定したが、その合理性については検証していない。そこで本研究では、地下水の鉛直浸透過程における間隙水圧、有効応力について考察し、斜面安定性について改めて考察した。斜面については本研究でも無限長斜面を想定し、斜面上端から十分に離れ地下水面が地表面と平行となっている位置での議論を行う。そうすることにより鉛直浸透過程が斜面の安定を支配する場を設定することができる。なお、議論を明確にするため不飽和ポテンシャルをゼロとおき、間隙率を深さ方向で一定とした。また、斜面は多層構造をしており、浸透能は下方ほど小さく各地層内では一定であるとする。

2. 鉛直浸透の基礎方程式

土層を液相（地下水）と固相・気相（土粒子、間隙の空気）に分けた場合、液相の連続式は、

$$\partial S / \partial t + \partial Su / \partial z = 0 \cdots (1)$$

とあらわされる（図1）。ここに S : 飽和度, u : 流速である。飽和帯水層では $S = 1$ であり、

$$\partial S / \partial t = \partial Su / \partial z = 0 \cdots (2)$$

が成立する。液相の運動方程式は、加速度項を無視して次式のように表される。

$$0 = -nS\rho g - \partial p_w / \partial z + f \cdots (3)$$

ここに、 p_w : 間隙水圧, g : 重力加速度, ρ : 水の質量密度, n : 間隙率, f : 固相の気相への作用する力である。一方、固相については連続式が自動的に満たされ、運動方程式は

$$0 = -(1-n)\sigma g - \partial p_s / \partial z - f \cdots (4)$$

と表される。ここに σ : 土粒子の質量密度, p_s : 有効応力である。 f は液相境界面に垂直な方向成分と境界面に平行な方向成分に分けられる。境界面に垂直な方向成分は間隙水圧に対応し、境界面に平行な方向成分は地下水の移動に伴う摩擦力に相当する。両者をそれぞれ f_v , f_i とすると、 f_v は間隙水圧の勾配により生じる浮力

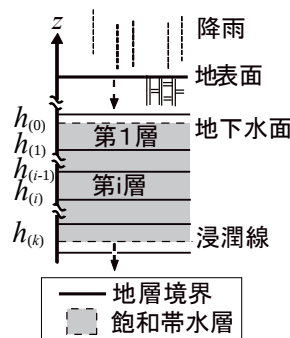


図1 鉛直浸透流の模式図

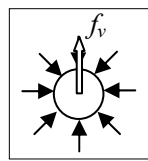
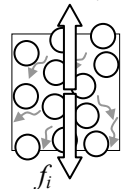
(a) 間隙水圧 f_v
 $-nS(\partial p_i / \partial z)$ (b) 水の移動に伴う摩擦力 f_i

図2 液相と固相・気相の間で作用する力

と等しく（図2a）, f_i はその大きさを動水勾配に置き換えることができるため（図2b）, 以下のように表される。

$$f = f_v + f_i \cdots (5)$$

$$f_v = (1-nS)\partial p_w / \partial z \cdots (6) \quad f_i = -nS\partial p_i / \partial z \cdots (7)$$

$\partial p_i / \partial z$: 動水勾配である。式(5)を式(3)および式(4)へ代入することで、液相、固相の運動方程式はそれぞれ

$$0 = -nS\rho g - \frac{\partial p_w}{\partial z} + (1-nS)\frac{\partial p_w}{\partial z} - nS\frac{\partial p_i}{\partial z} \cdots (8)$$

$$0 = -(1-n)\sigma g - \frac{\partial p_s}{\partial z} - (1-nS)\frac{\partial p_w}{\partial z} + nS\frac{\partial p_i}{\partial z} \cdots (9)$$

となる。動水勾配と流速との間にはダルシー則より

$$u = \frac{K}{\rho g} \frac{\partial p_i}{\partial z} \cdots (10)$$

の関係が成り立つ。 K : 透水係数に相当し、本研究では飽和度に依存せず一定とする。

3. 間隙水圧と有効応力

不飽和層内での間隙水圧は大気圧と等しいことから、 $\partial p_w / \partial z = 0$ であり、式(8)は

$$\partial p_i / \partial z = -\rho g \cdots (11)$$

となる。式(9)に $\partial p_w / \partial z = 0$ と式(11)を代入することで、不飽和層内の有効応力の勾配は

$$\partial p_s / \partial z = -(1-n)\sigma g - nS\rho g \cdots (12)$$

となる。飽和帯水層内の液相の運動方程式は式(8)に $S = 1$ と式(10)を代入し変形することで

$$\partial p_w / \partial z = -\rho g(1 + u/K) \cdots (13)$$

となり、飽和帯水層内での p_w の勾配は u/K に依存することが示される。 p_w は $u/K < -1$ のとき上方へ向かって増加し、 $u/K = -1$ のときは一定、 $-1 < u/K < 0$ のとき上方へ向かって減少する。特に $u/K = 0$ のときは静水圧分布と等しくなる。一方、飽和帯水層中の固相の運動方程式、式(9)は式(10)、(13)を代入して変形すると次のようになる。

$$\partial p_s / \partial z = -(1-n)\sigma g - \rho g(1-n)(1 + u/K) + n\rho g u/K \cdots (14)$$

4. 多層構造を有する土層を鉛直浸透する場合の有効応力

飽和帯水層が透水係数の異なる複数の地層にまたがるケースについて考える。式(13)、(14)はそれぞれ u と p_s の関係を示しているが、式(13)、(14)だけでは解くことができず、境界条件を与えることになる。式(2)にあるように飽和帯水層中の流速は空間的に一定であり、式(13)より同一地層内では $\partial p_w / \partial z$ が一定値をとる。飽和帯水層の水面の位置を $h_{(0)}$ 、飽和帯水層内の上方から i 番目の地層境界の位置を $h_{(i)}$ とおく（図1）。すると飽和帯水層内の第 i 層における間隙水圧、有効応力の勾配はそれぞれ

$$\partial p_w / \partial z = (p_{w(i-1)} - p_{w(i)}) / (h_{(i-1)} - h_{(i)}) \cdots (15)$$

$$\partial p_s / \partial z = (p_{s(i-1)} - p_{s(i)}) / (h_{(i-1)} - h_{(i)}) \cdots (16)$$

とあらわされる。ここに $p_{w(i)}$, $p_{s(i)}$ はそれぞれ $h_{(i)}$ における間隙水圧, 有効応力である。式(15)に式(13)を代入すると以下ようになる。

$$(p_{w(i-1)} - p_{w(i)}) / (h_{(i-1)} - h_{(i)}) = -\rho g (1 + u / K_i) \cdots (17)$$

ここに K_i : 第 i 層の透水係数である。飽和帯水層内に含まれるすべての層について式(17)を適用し, 加えると

$$p_{w(0)} - p_{w(k)} = -\rho g (h_{(0)} - h_{(k)}) - \rho g u \sum_{i=1}^k \frac{h_{(i-1)} - h_{(i)}}{K_i} \cdots (18)$$

となる。特に下端が不飽和層と接しているときには $p_{w(0)} = p_{w(k)} = 0$ が成立し, 流速は

$$u = - \sum_{i=1}^k d_i / \sum_{i=1}^k \frac{d_i}{K_i} \cdots (19)$$

と表される。ここで $d_i = h_{(i-1)} - h_{(i)}$ とした。一方, 式(14)を式(16)へ代入すると

$$\frac{p_{s(i-1)} - p_{s(i)}}{h_{(i-1)} - h_{(i)}} = -(1-n)\sigma g - \rho g (1-n) \left(1 + \frac{u}{K_i} \right) + n \rho g \frac{u}{K_i} \cdots (20)$$

となる。飽和帯水層内の任意の高さ z_1 より上方のすべての地層について式(20)を適用し加えることで, z_1 における有効応力は

$$p_s = p_{s(0)} + (h_{(0)} - z_1) \rho g \{ (1-n)(\sigma / \rho - 1) - u / \bar{K} \} \cdots (21)$$

$$\bar{K} = \sum_{i=1}^k d_i / \sum_{i=1}^k \frac{d_i}{K_i} \cdots (22)$$

となる。 $p_{s(0)}$: 地表面における有効応力, l : z_1 から $h_{(0)}$ の区間に含まれる地層の数 ($l \leq k$) であり, $z_1 = h_{(0)}$ である。式(21)では p_s に及ぼす鉛直浸透の影響が $-u / \bar{K}$ によって表されている。式(22)は式(19)と同形であり, 式(19)は飽和帯水層全体が, 式(22)は注目する面から地下水面までの範囲が対象となっている。式(12)を地表面 (高さ h , $p_s = 0$) から $h_{(0)}$ まで積分することにより得られる $p_{s(0)}$ を式(21)に代入すると

$$p_s = (h - h_s) \{ (1-n)\sigma g + n \bar{S} \rho g \} + (h_s - z_1) (1-n) (\sigma - \rho) g - (h_s - z_1) \rho g \frac{u}{\bar{K}} \cdots (23)$$

$$\bar{S} = \frac{\int_{h_s}^h S dz}{h - h_s} \cdots (24)$$

となる。ここでは便宜的に地下水面 $h_{(0)}$ を h_s と表記した。

5. 斜面の安定条件

以下では飽和帯水層下端が不飽和層と接し, 浸潤線が進行するケースについて考える。図3のような無限長斜面

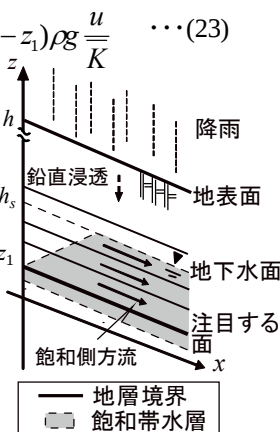


図3 無限長斜面の模式図

面の任意の面における安定条件を式(23)で得られた有効応力をもとに求め, 今泉ら(2009)に従い正規化すると

$$F \tan \theta / \tan \phi = 1 - F_w + F_c \cdots (25)$$

$$F_w = \frac{\varepsilon \eta_w}{\left\{ (1-n) \frac{\sigma}{\rho} + n \eta_w \right\} + n (1-\eta_w) \bar{S}} \cdots (26)$$

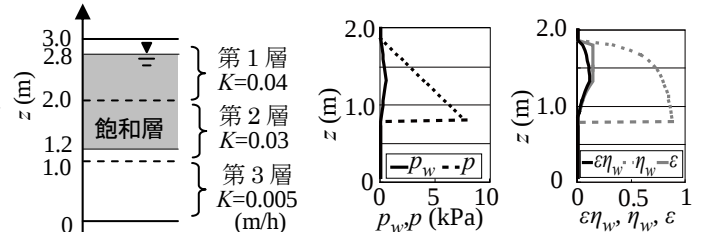
$$F_c = \frac{c}{(h - z_1) \rho g \cos \theta \tan \phi} \left\{ (1-n) \frac{\sigma}{\rho} + n \eta_w \right\} + n (1-\eta_w) \bar{S} \cdots (27)$$

$$\eta_w = (h_s - z_1) / (h - z_1) \cdots (28), \varepsilon = 1 + u / \bar{K} \cdots (29)$$

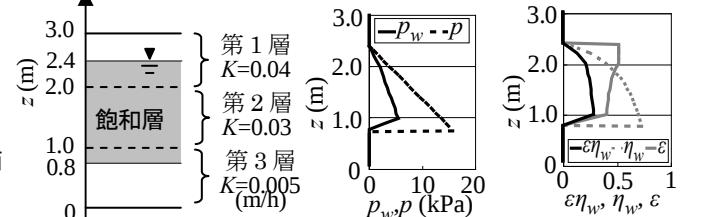
となる。ここに F は安全率, F_w , F_c は地下水深, 粘着力の斜面安定への寄与を評価する項である。 F_w に注目すると, その斜面安定に及ぼす寄与度は分子 $\varepsilon \eta_w$ によって評価される。 ε は式(13)を静水圧の勾配 ρg で除したものと同形であり, p_w と静水圧の比を示す。本研究のように K が下方ほど小さい場合, 式(19), (22)より $-1 < u / \bar{K} < 0$ となるため, ε は $0 \sim 1$ の値をとる。

6. 間隙水圧, ε , η_w の分布事例

多層構造を有する斜面に飽和帯水層が発達した場合の p_w の分布を式(17), (19)により求め, 静水圧 (p とおく) と対比する。さらに式(28), 式(29)によって ε , η_w , $\varepsilon \eta_w$ を求め, 斜面の安定性について検討する。計算条件として $S=0.9$, $n=0.4$, $\sigma/\rho=2.6$ を与えた。図4は, K に大差のない2層にわたり飽和帯水層が発達したケースである。 $u=-0.034$, $\bar{K}=0.34 \sim 0.04$ であり $u/\bar{K} \approx -1$ となるため ε の値が低くなる (式(29))。 p_w は p よりもかなり小さく (図4b), $\varepsilon \eta_w$ も低い (図4c)。図5は図4から浸潤線が進行し, 下方の難透水層 (第3層) に達した場合である。 $u=-0.019$ となるため, 図4と比較して上側2層で ε の値が高い。下方の地層境界では η_w が高いこともあり, $\varepsilon \eta_w$ が大きく崩壊の可能性が高い (図5c)。このように浸潤線が透水性の低い層に達した場合, 崩壊の危険性が急激に高まる。



(a)土層構造と飽和層の分布 (b) p_w , p の分布 (c) $\varepsilon \eta_w$, η_w , ε の分布
図4 浸潤線が第3層に到達する前の p_w , ε , η_w の鉛直分布



(a)土層構造と飽和層の分布 (b) p_w , p の分布 (c) $\varepsilon \eta_w$, η_w , ε の分布
図5 浸潤線が第3層に到達した後の p_w , ε , η_w の鉛直分布

7. おわりに

本研究により, 多層構造を有する斜面の降雨時の安定性的変化は, 地下水深そのものではなく地下水深と土層厚の比 η_w に加え, 間隙水圧と静水圧の比を表すパラメータ ε に大きく依存することが明らかになった。また飽和透水層内の透水係数の変化が著しい場合に $\varepsilon \eta_w$ が高くなり崩壊の危険性が高いことが示された。

引用文献: 今泉ら(2009), 砂防学会誌, Vol. 62(2), p. 13-20.