

固定床上を流れる土石流の流動特性

筑波大学大学院 生命環境科学研究科 ○鶴見侑生 宮本邦明

1 はじめに

移動床上を流れる土石流と固定床上を流れる土石流とは濃度分布や流速分布、流れの抵抗などの流動特性に大きな違いがあることが知られている¹⁾。その一方で土石流の数値シミュレーションでは移動床、固定床といった河床条件に注意が払われていないのが現状である²⁾。筆者らはこのような河床条件を考慮した数値計算法を開発することを目的として固定床上を流れる土石流の流動特性について整理を行っている。ここでは土砂濃度に着目して固定床、移動床上を流れる土石流の特性について報告する。

2 土石流の支配方程式と濃度分布

本研究では簡単のため定常等流の土石流を取り扱う。流れ方向に x 軸を、流れに垂直上向きに z 軸をとり原点を河床に合わせる。土石流の流動深を h とすると、運動方程式の x, z 方向成分はそれぞれ以下のように表される。

$$\tau(z) = g \sin \theta \int_z^h \{(\sigma - \rho)c(z) + \rho\} dz \quad (1)$$

$$p(z) = g \cos \theta \int_z^h \{(\sigma - \rho)c(z) + \rho\} dz \quad (2)$$

ここに、 $\tau(z)$ はせん断応力、 $p(z)$ は圧力、 g は重力加速度、 θ は河床勾配、 σ は砂礫粒子の質量密度、 ρ は水 (間隙流体) の質量密度、 $c(z)$ は砂礫粒子の体積濃度である。一方、式 (1)(2) 左辺の τ, p は江頭ら³⁾ によると以下のようである。

$$\tau = \tau_y + \tau_d + \tau_f \quad (3)$$

$$p = p_s + p_d + p_w \quad (4)$$

ここに、 $\tau_y = p_s \tan \phi_s$, $\tau_d = \rho f_d d^2 (\partial u / \partial z)^2$, $\tau_f = \rho f_f d^2 (\partial u / \partial z)^2$, $p_s = \alpha(p_s + p_d)$, $\alpha = (c/c_*)^{1/n}$, $p_d = \rho f_{pd} d^2 (\partial u / \partial z)^2$, p_w は静水圧である。また、 f_d, f_f, f_{pd} はそれぞれ $f_d = k_d(\sigma/\rho)(1 - e^2)c^{1/3}$, $f_f = k_f(1 - c)^{5/3}c^{-2/3}$, $f_{pd} = k_d(\sigma/\rho)e^2c^{1/3}$, ϕ_s は粒子の内部摩擦角、 d は粒径、 $u(z)$ は流速、 c_* は静止体積層における土砂濃度、 n は実験定数、 k_d, k_f は実験定数、 e は反発係数である。式 (1)(2) を

$$\bar{c} = \frac{\int_z^h c(z) dz}{h - z} \quad (5)$$

を用いて

$$\tau(z) = g(h - z) \sin \theta \{(\sigma - \rho)\bar{c} + \rho\} \quad (6)$$

$$p(z) = g(h - z) \cos \theta \{(\sigma - \rho)\bar{c} + \rho\} \quad (7)$$

と書き換え、式 (3)(4) をそれぞれ式 (6)(7) の左辺に代入し、式 (6) を式 (7) で辺々除し、 p_w が静水圧であることおよび式 (8) の関係に注意して $\bar{c}$ について解くことにより式 (9) が得られる。

$$p_s = \frac{\alpha}{1 - \alpha} p_d = \frac{\alpha}{1 - \alpha} \rho f_{pd} d^2 \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \quad (8)$$

$$\bar{c} = \frac{f_{pd} \tan \theta}{(\sigma/\rho - 1) \{f_{pd}(\alpha \tan \phi_s - \tan \theta) + (1 - \alpha)(f_d + f_f)\}} \quad (9)$$

これは定常等流の土石流では、任意の深さにおける濃度とそれより上方の平均濃度が満たされなければならない関係を示している。例えば、移動床流れの場合、条件 $z = 0$ で $c = c_*$ であることから $\alpha = 1$ となり、式 (9) はよく知られている土石流の平均濃度式、

$$\bar{c} = \frac{\tan \theta}{(\sigma/\rho - 1)(\tan \phi_s - \tan \theta)} \quad (10)$$

に等しくなる。また、固定床の条件として $z = 0$ で $c < c_*$ の任意の値を用いると、式 (9) は固定床における河床面濃度と平均濃度との関係を与える。式 (9) の右辺を $F(c(z))$ とおくことにより、 $\bar{c}$ の定義、式 (5) から、

$$\frac{\partial c}{\partial z} = \frac{1}{\partial F / \partial c} \frac{F - c}{h - z} \quad (11)$$

が得られ、河床での濃度を境界条件として与えることにより移動床、固定床によらず濃度分布を求めることができる。

3 砂礫流動層と清水流層との境界、濃度分布の逆転

砂礫流動層と清水流層との境界位置を知することは流れの抵抗や流砂量を評価する際に重要である²⁾。また、深さ方向の濃度分布は一般に水面に向かうにつれて小さくなるが、固定床では逆転する場合があることが報告されている¹⁾。そこで、砂礫流動層内の濃度分布を深さ方向に線形であると近似して砂礫流動層と清水流層の境界位置、濃度の逆転現象について考察する。濃度分布を線形で近似すると、砂礫流動層と清水流層との境界位置が水面より下にある場合は、砂礫流動層の平均濃度 $\bar{c}_s$ は濃度分布の幾

何学的性質から河床面濃度を c_0 として

$$\bar{c}_s = \frac{1}{2} c_0 \quad (12)$$

で与えられる。従って、水深に対する砂礫流動層厚 h_s の比は、

$$\frac{h_s}{h} = \frac{\bar{c}}{\bar{c}_s} = 2 \frac{\bar{c}}{c_0} \quad (13)$$

と求まる。また、式 (13) より平均濃度と河床面濃度との比 $\bar{c}/c_0$ が

$$\frac{\bar{c}}{c_0} = \frac{1}{2} \frac{h_s}{h} \quad (14)$$

で与えられ、砂礫流動層と清水流層の境界位置が水面より低ければ $\bar{c}/c_0 < 1/2$ 、水面に達すると $\bar{c}/c_0 \geq 1/2$ なる値をとることがわかる。濃度分布が逆転する場合は、式 (12) の左辺が正の値をとるから、右辺の $F - c$ が正、すなわち、 $\bar{c}/c_0 > 1$ であることが分かる。こうして、平均濃度の河床面濃度に対する比 $\bar{c}/c_0$ を用いて砂礫流動層と清水流層の境界位置、濃度の逆転現象を統一的に把握することができる。図 1 は、式 (10) に条件 $c = c_0$ を適用し、両辺を c_0 で割って

$$\begin{aligned} \frac{\bar{c}}{c_0} &= \frac{f_p d \tan \theta}{c_0 (\sigma/\rho - 1)} \\ &\times \frac{1}{f_{pd} (\alpha \tan \phi_s - \tan \theta) + (1 - \alpha) (f_d + f_f)} \end{aligned} \quad (15)$$

を求め、 $\bar{c}/c_0$ の勾配への依存性について河床面濃度を $c_0 = 0.1, 0.3, c_*(0.52)$ と変えて示したものである。これより、 $\bar{c}/c_0$ は河床面濃度の影響を受けること、固定床の場合、河床勾配が大きいところで濃度分布が逆転 ($\bar{c}/c_0 > 1$) することが分かる。図 2 は、式 (15) の右辺が河床面濃度 c_0 と河床勾配の関数であることから、 $\bar{c}/c_0$ を 3 次元的に表したものである。また、 $c_0 \sim \theta$ 平面には $\bar{c}/c_0$ の等高線を描いている。勾配を固定して $\bar{c}/c_0$ の c_0 による変化を見ると、 c_0 が 0.25 ~ 0.3 あたりで最大値を取ること、移動床では濃度の逆転は生じないことが分かる。 $\bar{c}/c_0$ がある c_0 に対して最大値を持つことは、 c_0 は $\bar{c}/c_0$ に対して 2 つの有意な解を持つことを意味する。

4 おわりに

固定床上の土石流の流動機構に着目して、特に濃度について整理を行ってきた。その結果、移動床、固定床とも、流れの抵抗が $\bar{c}/c_0$ により評価されることが分かった。また、 $\bar{c}/c_0$ は c_0 および勾配の関数として一意的に定まること、また、 c_0 のある値に対して最大値を取ることが示された。これらのこと

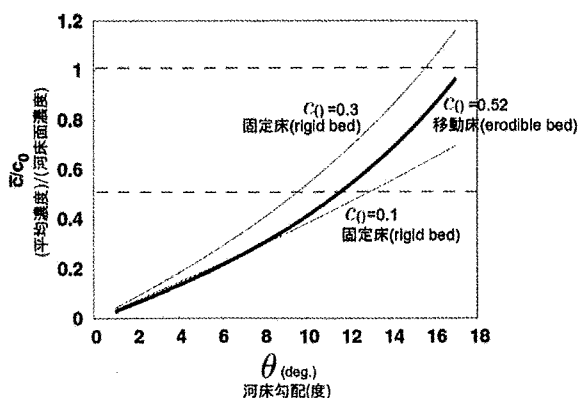


図 1 平均濃度

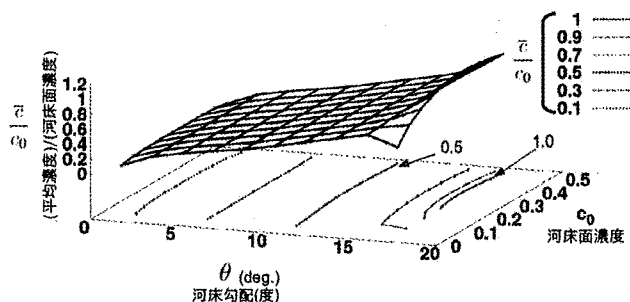


図 2 等高線

から、固定床上の流動機構を土石流シミュレーションに反映させることが可能であることが示されているとともに、平均濃度と勾配から河床面濃度を一意的に求めることができないことが示される。土石流の数値シミュレーションに用いられる流れの支配方程式では平均濃度ではなく輸送濃度が重要で、 c_0 の流れの抵抗に及ぼす影響について考察する必要がある。今後、これらの課題について研究を進めていきたい。

参考文献

- 1) 伊藤隆郭 他; 水工学論文集 第 43 巻: 635-640, 1999
- 2) 宮本邦明・伊藤隆郭; 砂防学会誌 (新砂防) Vol. 55 No. 2: 24-35, 2002
- 3) 江頭進治 他; 京都大学防災研究所年報 32B-2: 487-501, 1989