

土石流の侵食・堆積メカニズム

筑波大学大学院生命環境科学研究科 ○ 重藤有史
筑波大学大学院生命環境科学研究科 宮本邦明

1 緒言

土石流による侵食・堆積は、侵食速度式を経験的に導入することにより説明されている。一方、Egashira *et al.* は力学的エネルギー保存則を導入して構成則を導いている¹⁾。彼らは構成則を導出する際、土砂である固相と間隙流体である液相が空間的に独立であることに着目して、土石流のエネルギー散逸を固相・液相両相のそれぞれのエネルギー散逸の和として与えている。本研究では侵食・堆積を土石流の固相の流れ場の圧縮性（濃度変化）として捉え、固相の圧縮・膨張にともなうエネルギー収支機構を新たに力学的エネルギー保存則を導入することにより、土石流による侵食・堆積を説明することを試みる。

2 濃度変化を支配するエネルギーと侵食速度

固相の流れ場を連続体近似すると、固相の質量保存則は、

$$\frac{dc}{dt} + cu_{j,j} = 0 \quad (1)$$

である。ここに、 u_i は流速ベクトル、 c は土砂の体積濃度である。これより、

$$u_{j,j} = -\frac{1}{c} \frac{dc}{dt} \quad (2)$$

と、左辺の固相の流れ場の圧縮性は右辺の固相の濃度の物質微分と関連付けて表される。

濃度変化に必要なエネルギー E_p を導入する。 E_p は濃度 c のみの関数であり、濃度が高いとき小さい値をとる。すなわち、 $dE_p/dc < 0$ と考えられる。あるいは、固相の流れ場が膨張するとき E_p は増大すると考えられる。そこで、 E_p を流れ場の膨張・収縮と関連付けて、また、式 (2) を用いて、

$$\frac{dE_p}{dt} = pu_{j,j} = -\frac{p}{c} \frac{dc}{dt} \quad (3)$$

とおく。ここに、 p は固相の受け持つ圧力である。

式 (3) の両辺を $p = \text{Const}$ の条件で積分し、 $c = c_*$ で $E_p = 0$ とすれば、

$$E_p = -p \ln \frac{c}{c_*} \quad (4)$$

のように、 E_p は c のみの関数となる。なお、 c_* は停止している土砂の体積濃度である。

濃度 c と圧力 p に具体的な関数を与えて、 E_p の鉛直分布を求める。図 1 のような座標系を導入する。また、

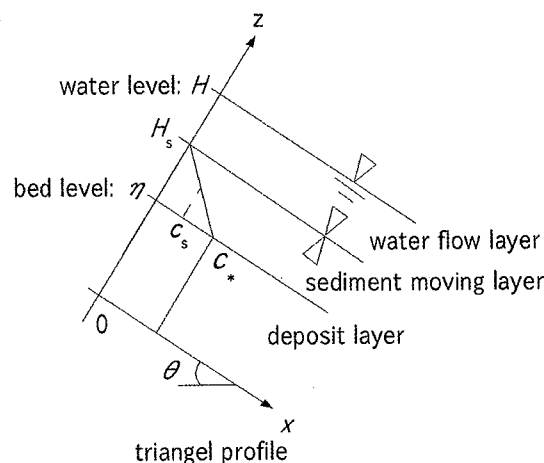


図 1 座標系と三角形分布の模式図

土砂移動層の厚さ $h_s = H_s - \eta$ 、水深 $h = H - \eta$ を導入する。すると、固相の圧力 p は

$$p \approx \int_z^H c(z)(\sigma - \rho)g \cos \theta dz \quad (5)$$

で与えられる。ここに、 σ は土砂（固相）の質量密度、 ρ は間隙流体（液相）の質量密度、 g は重力加速度である。図 1 に示すように土砂移動層の濃度分布として三角形分布を与える：

$$c(z) = c_* \left(1 - \frac{z - \eta}{H_s - \eta} \right) \quad (\eta \leq z \leq H). \quad (6)$$

すると、 E_p の鉛直分布は

$$E_p = -c_s(\sigma - \rho)gh_s \left(1 - \frac{z - \eta}{H_s - \eta} \right)^2 \ln \left(1 - \frac{z - \eta}{H_s - \eta} \right) \cos \theta \quad (7)$$

となる。ここに、 c_s は土砂移動層の断面平均濃度で図 2 に示すようにその幾何学的関係から $c_s = c_*/2$ である。式 (7) を $[0, H]$ で積分し E_{pT} とすると、

$$E_{pT} = \int_0^H E_p dz = \frac{1}{9} c_s(\sigma - \rho)gh_s^2 \cos \theta \quad (8)$$

となる。両辺を時間 t で微分すれば、

$$\frac{dE_{pT}}{dt} = \frac{2}{9} c_s (\sigma - \rho) g h_s \cos \theta \frac{dh_s}{dt} \quad (9)$$

となる。また、式 (1) を $[0, H]$ で積分すると、

$$\frac{\partial h_s}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u} h_s}{\partial x} = -\frac{c_*}{c_s} \frac{\partial \eta}{\partial t} \quad (10)$$

となる。ただし、 $\bar{u}$ は流速ベクトルの x 成分 u の断面平均量を表す。ここで、近似：

$$\frac{dh_s}{dt} \approx \frac{\partial h_s}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u} h_s}{\partial x} \quad (11)$$

を導入すると、式 (9) は

$$\frac{dE_{pT}}{dt} \approx -\frac{2}{9} c_* (\sigma - \rho) g h_s \cos \theta \frac{\partial \eta}{\partial t}. \quad (12)$$

と書き改められ、 E_{pT} と侵食速度 $\partial \eta / \partial t$ の関係が示される。

3 侵食速度式

土石流全体の力学的エネルギー保存則から侵食速度式を導く。その際に、Egashira *et. al* の例にならって、侵食・堆積に伴う（固相の膨張・収縮に伴う）力学的エネルギーの変化を線形に加える。すると、土石流全体の力学的エネルギー保存則は

$$\begin{aligned} \frac{\partial K}{\partial t} + (K u_j)_{,j} &= \rho_m g i u_i + (\sigma_{ij} u_i)_{,j} - \frac{dE_p}{dt} - \Phi \\ K &= \frac{1}{2} \rho_m u_i u_i \end{aligned} \quad (13)$$

と表される。ここで、 Φ は単位時間・単位体積あたりに散逸されるエネルギー、 ρ_m は土石流の見かけの質量密度で、 $\rho_m = c\sigma + (1-c)\rho$ である。式 (13) を区間 $[0, H]$ で積分すると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{K} h}{\partial t} + \frac{\partial \bar{K} \bar{u} h}{\partial x} \\ = \bar{\rho}_m g \bar{u} h \sin \theta + \frac{\partial \bar{\sigma}_{zz} \bar{u} h}{\partial x} - \int_{\eta}^H \frac{dE_p}{dt} dz - \int_{\eta}^H \Phi dz \end{aligned} \quad (14)$$

となる。右辺第 3 項は、

$$\int_0^H \frac{dE_p}{dt} dz \approx \frac{d}{dt} \int_0^H E_p dz = \frac{dE_{pT}}{dt} \quad (15)$$

であるので、式 (12) が適用できる。右辺最終項は、エネルギーの散逸は固体摩擦によるものが卓越しているとして、

$$\int_{\eta}^H \Phi dz \approx \bar{\rho}_m g \bar{u} h \sin \theta_e \quad (16)$$

とする。ここで、 θ_e は平衡勾配で

$$\tan \theta_e = \frac{\bar{c}(\sigma - \rho) \tan \phi}{\bar{c}(\sigma - \rho) + \rho} \quad (17)$$

である。式 (15) に式 (18) を代入すれば、侵食速度が

$$\begin{aligned} \frac{\partial \eta}{\partial t} &= -\bar{u} \frac{\bar{\rho}_m g h \sin \theta - \bar{\rho}_m g h \sin \theta_e}{\frac{4}{9} \bar{c}(\sigma - \rho) g h \cos \theta} \\ &\quad - \frac{\frac{\partial \bar{\sigma}_{xx} \bar{u} h}{\partial x} - \left\{ \frac{\partial \bar{K} h}{\partial t} + \frac{\partial \bar{K} \bar{u} h}{\partial x} \right\}}{\frac{4}{9} \bar{c}(\sigma - \rho) g h \cos \theta} \end{aligned} \quad (18)$$

と求まる。ここで、 $\bar{c}/c_s = h_s/h$ の関係を使った。

式 (18) から、侵食速度は第 1 項の微分（勾配）を含まない項と、第 2 項の微分を含む項の和で表されることが分かる。これは、第 2 項が無視できる条件であれば、すなわち、比較的穏やかな変化を示す流れであれば、侵食速度はその点の物理量だけで評価することが出来ることを示している。この場合、式 (18) は、

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\bar{u} \frac{9 \rho_m (1 + \tan \theta \tan \theta_e)}{4 \bar{c}(\sigma - \rho)} \tan(\theta - \theta_e) \quad (19)$$

となり、江頭ら²⁾により経験則として提案されている侵食速度：

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\frac{\bar{u}}{c_*} \tan(\theta - \theta_e) \quad (20)$$

に似た結果となる。

4 結論

固相の流れ場に圧縮性を導入し、圧縮・膨張に伴う力学的エネルギーの変化を導入し、侵食・堆積に伴う力学的エネルギーの変化を見積もった。また、その結果を江頭らの土石流のエネルギー保存則に導入し、侵食速度式を得た。得られた侵食速度式は、微分項を含まない項と、微分項を含む項の和で表され、流れの変化が穏やかな場合は江頭らが提案している侵食速度式と類似していることが示された。今後、式 (18) の具体的な意味について考え、数値計算への適用を検討していきたい。

参考文献

- 1) Egashira *et. al*: 1st. International Conference on Debris-Flow Hazards Mitigation, ASCE, pp. 340-349
- 2) 江頭ら：第 32 回水理講演会論文集, pp. 485-490