

P9 氷球の見かけの反発係数に着目した雪崩の流動機構(2)

建設省土木研究所○寺田秀樹、大浦二郎、中村良光

(財)砂防地すべり技術センター 宮本邦明

はじめに.

筆者らは、雪崩が粘着力を有する粒子の流れであるとして、雪崩の流動機構について検討している。これまでの、簡単のために氷球を完全弾性体としていたが、散逸応力の構成を考えると無理を生じるため、非完全弾性体として一般化した。さらに、作用時間について考察するとともに導かれる散逸応力について検討した。また、得られる速度分布について実験から得られた分布と比較考察した。

1. 氷球の見かけの反発係数

氷球の衝突時の反発係数は、氷の弾性的性質と氷表面の界面の性質に主に依存していると考えることができる。界面状態の衝突現象におよぼす影響を氷球間で評価することにする。

弾性的な相対反発速度 u' が粘着力が作用することにより u'' となると考えると、粒子間の粘着力を c 、その作用時間を Δt 、氷球の質量を m として、

$$mu' - mu'' = c \cdot \Delta t \quad \dots (1)$$

$$\therefore u' - u'' = c \cdot \Delta t / m$$

ここで、両辺を衝突速度 u で除して変形すると、

$$\frac{u''}{u} = \frac{u'}{u} - \frac{c \cdot \Delta t}{m} \cdot \frac{1}{u}$$

ここで、 u' は弾性的な反発速度であるから $u' = u \cdot e\infty$ であり、 u''/u は粘着力を考慮した反発係数に他ならないから、粘着力を考慮した見かけの反発係数が、

$$e = e\infty - \frac{c \cdot \Delta t}{m} \cdot \frac{1}{u} \quad \dots (2)$$

と衝突速度の関数として求められた。衝突速度が大きいと反発係数は弾性的な反発係数に近づき、衝突速度が小さくなると e は小さくなり、ある速度で $e = 0$ となる。 $e \geq 0$ であるから、衝突速度が小さい範囲では、 $e = 0$ すなわち粒子の反発が生じない領域があることになる。また、粒子の質量が大きいほど e の値は大きくなり、同一の衝突速度に対して反発するようになる。

2. 衝突速度と作用時間

作用時間 Δt は、粘着力が衝突により弾性変形した距離 ε を、粒子が離れる時に移動する間作用するものとし、その間の平均速度を u_x とすると、 ε は衝突速度 u に依存すると考えることができるから変形距離に関する係数を k として、

$$\Delta t \equiv \frac{\varepsilon}{u_x} = \frac{k \cdot u}{u_x} \quad \dots (3)$$

と表すことができる。

ここで、 u_x を①衝突速度 u に依存する、②弾性的な反発速度 u' に依存する、あるいは③粘着力の影響を受けた速度 u'' に依存すると考え、それぞれ $u_x = k' u$ 、 $u_x = k'' u$ 、 $u_x = k''' u$ と表す。なお、 k' 、 k'' 、 k''' は係数である。

それぞれの場合の作用時間 Δt は次のように書ける。

$$\Delta t = \frac{\varepsilon}{u_x} = \frac{k \cdot u}{k' u} = k \quad \dots (4)$$

$$\Delta t = \frac{\varepsilon}{u_x} = \frac{k \cdot u}{k'' u'} = \frac{k u}{k'' u e \infty} = \frac{k}{e \infty} \quad \dots (5)$$

$$\Delta t = \frac{\varepsilon}{u_x} = \frac{k \cdot u}{k''' u''} = \frac{k u}{k''' u e} = \frac{k}{e} \quad \dots (6)$$

これらを、式(2)に代入するとそれぞれ次のように書ける。

$$e = e \infty - \frac{k \cdot c}{m \cdot u} \quad \dots (7)$$

$$e = e \infty - \frac{k \cdot c}{m \cdot u} \cdot \frac{1}{e \infty} \quad \dots (8)$$

$$e = e \infty - \frac{k \cdot c}{m \cdot u} \cdot \frac{1}{e} \quad \dots (9)$$

ところで、式(9)はeに関する2次式であるから、eについて解くと、

$$e = \frac{e \infty + \sqrt{e \infty^2 - 4 k c / m u}}{2}$$

ここで、 $f(c) = \sqrt{e \infty^2 - 4 k c / m u}$ として1次近似すると $f(c) = f(0) + c \cdot f'(0)$ であるから、

$$f(c) = e \infty - 2 k' c / (m u e \infty)$$

よって式(9)は次のように書ける。

$$e = e \infty - \frac{k \cdot c}{m \cdot u} \cdot \frac{1}{e \infty} \quad \dots (9')$$

したがって、 u_x が、②弾性的な反発速度 u' に依存する、あるいは③粘着力の影響を受けた速度 u に依存すると考えた場合には、eは同形となることがわかる。これは u_x がおそらく実際には u' と u の両方に依存するであろうことを考える

ることにより理解できる。そこで、 u_x が式(5)または(6)で表されるとし、反発係数eを次のように表そう。

$$\left. \begin{aligned} e &= e \infty - \frac{k \cdot c}{m \cdot u} \cdot \frac{1}{e \infty} \\ &\quad \left(u > \frac{k \cdot c}{m \cdot e \infty^2} \right) \\ e &= 0 \\ &\quad \left(0 < u \leq \frac{k \cdot c}{m \cdot e \infty^2} \right) \end{aligned} \right\} (10)$$

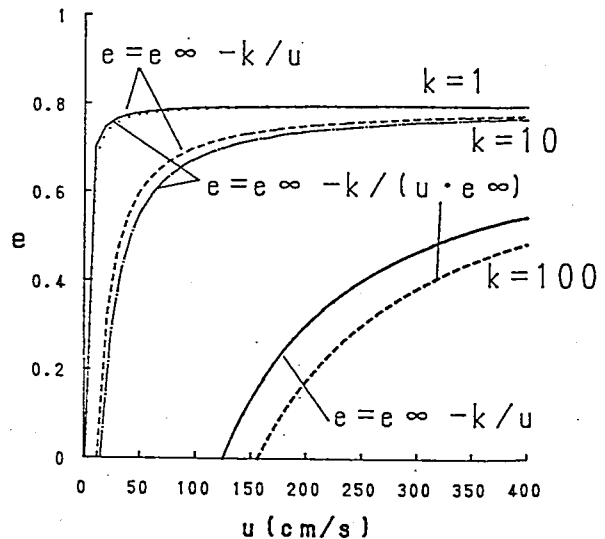


図-1 衝突速度と反発係数 係数(1)

式(10)に含まれる k , c は未知のパラメータである。これに質量 m を含めた新たな係数 K を導入する。すなわち、

$$K = k \cdot c / m \quad \dots (11)$$

いずれにしろ、 K は未知の係数である。ただし、 c と m を含むことから温度と粒径及び比重に依存することが予想される。 K を変化させた時の衝突速度と反発係数の関係を見ると、 K が大きくなると $e=0$ の領域が拡大する(図-1, 2)。

3. 散逸応力と流速分布の検討

間隙流体を無視できる粒子流の構成方程式は次のように書ける。

$$\tau = \tau_y + \tau_g \quad \dots (12)$$

ここに、 τ_y ; 粒子接触による力、 τ_g ; 粒子の非弾性衝突による力である。

ここで、 τ_g は次のようにかける。

$$\tau_g = \frac{1}{12} \pi \cdot \sin^2 \alpha \cdot (1-e^2) \cdot \sigma \cdot (1/b) \cdot D^2 \cdot (du/dy)^2 \quad \dots (13)$$

ここで、 α は衝突角、 σ は粒子の比重、 $(1/b) = (6c/\pi)^{1/3}$ で c は体積濃度、 D は粒径である。式(10)を $u = bD (du/dy) \sin \alpha$ として、式(13)へ代入すると次式ようになる。

$$\begin{aligned} \tau_g = & \frac{1}{12} \pi \cdot \sin^2 \alpha \cdot (1-e\infty^2) \cdot \sigma \cdot (1/b) \cdot D^2 \cdot (du/dy)^2 \\ & + \frac{1}{6} \pi \cdot \sin \alpha \cdot \sigma \cdot (1/b)^2 \cdot D \cdot K \cdot (du/dy) - \frac{1}{12} \pi \cdot \frac{1}{e\infty^2} \cdot \sigma \cdot (1/b)^3 \cdot K^2 \quad (14) \end{aligned}$$

これで粘着力を有する粒子流の動的なせん断応力が導かれた。第1項は粒子の非弾性衝突にともなう散逸応力、第2項は粘着力に関する K を含むことによる応力で、第3項の定数項により τ , K の取得範囲が決まる。

さて、 τ_y は静的な粒子間の圧力場 P_s の中で下層の粒子を乗り越える時の散逸応力であるから、内部摩擦角を ϕ_s とすると $\tau_y = P_s \cdot \tan \phi_s$ と書ける。ここで、 P_s は流れ全体の圧力 P から、動的な圧力を差し引いたものと考えることができるから、江頭他(1989)の研究を参考に垂直座標に対して一定値をとる1より小さい正の係数 α を用いると、水深を h 釣合いの高さを y として次式のように表される。

$$\tau_y = (1-\alpha)P \cdot \tan \phi_s = (1-\alpha)\sigma c g (h-y) \cos \theta \tan \phi_s \quad \dots (15)$$

式(14)と(15)を式(12)に代入することで粒子流の構成方程式が記述された。動的な圧力が優勢と考えると α は1に近い値をとるから、供給エネルギーの大半は流動に費やされることになる。そこで、 $\alpha=1$ とした時の (du/dy) と τ との関係を図-3, 4に示す。 K , D が大きくなると歪速度の領域が大きい範囲にずれるが流動曲線の傾きはあまり変わらない。 $e=0$ に対応する (du/dy) の時の τ が、プラグを保持するせん断降伏値の一種で、これを τ_c とすると次のように表される。

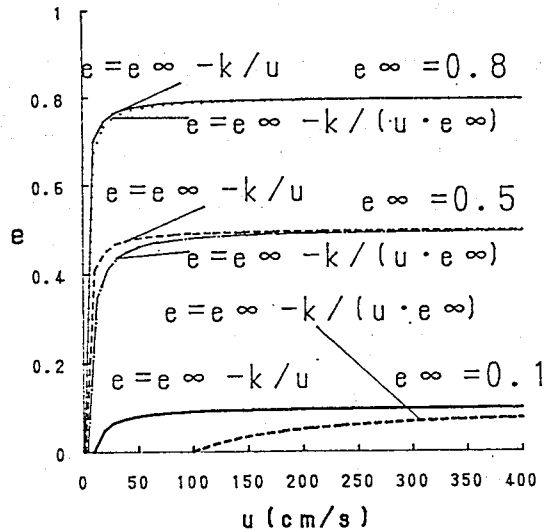


図-2 衝突速度と反発係数 係数(2)

$$\tau c = \frac{1}{2} c \cdot \sigma \cdot \frac{1}{e \cos^4} \cdot K^2 \quad \dots (16)$$

流れを定常とした時のせん断力の釣り合いから、流速分布を求め、シュート実験から求められた流速分布と比較したのが図-5である。実験データを見ると底面でスリップをしているようにも見えるが、計算値は実測値を比較的良く説明している。 α を0.0とした場合は、0.5, 1.0とした場合よりシア層が厚く、かつ歪速度が小さくなる。また、流速はKに対して敏感である。

SHEAR STRESS (Pa)

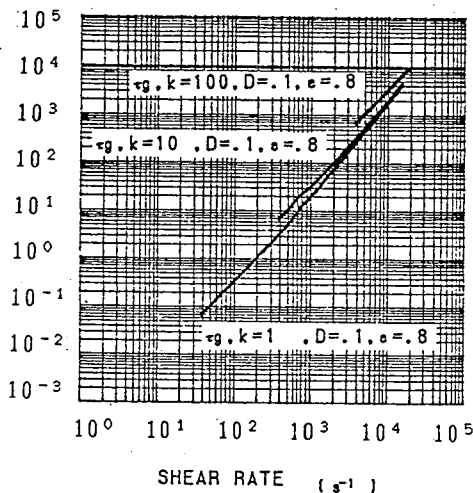


図-3 SHEAR RATE-SHEAR STRESS(1)

SHEAR STRESS (Pa)

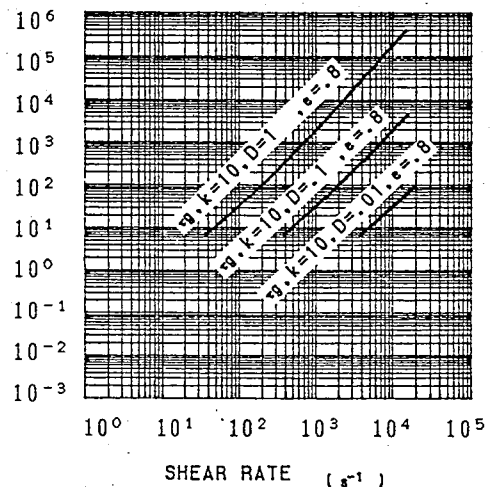


図-4 SHEAR RATE-SHEAR STRESS(2)

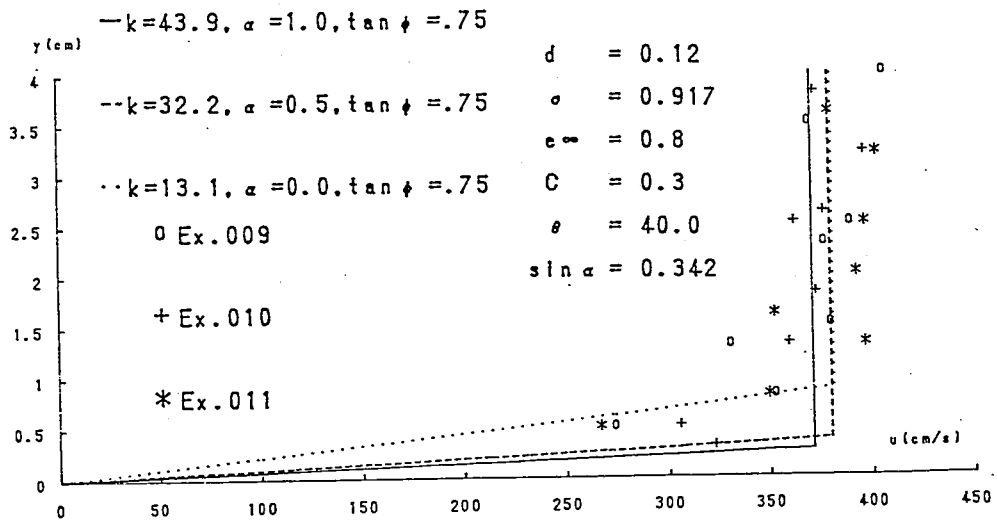


図-5 流速分布の実験値と計算値の比較

おわりに

今後は、今回の構成式に基づき流れに含まれる粒子のふるまいを考察するとともに、シミュレーション手法を検討したい。

文献 江頭進治他3：土石流の構成則に関する研究、京大防災研年報、32号B2、pp.487-501、1989