

## 1. はじめに

切土や盛土の設計においては法面の安定は必須条件であり、また一般には間隙水圧を考慮する必要がある。地表面傾斜角 $\alpha=0$ の場合、たとえば堤防のような盛土・切土の場合にはビショップ・モルゲンシュタイン、スペンサー、ファンらによる安定図表<sup>(3)</sup>を用いることができる。ただし、法面の傾斜角 $\beta$ や安定数 $c'/\gamma H$ は限定されており、また臨界円弧作図のための諸元は得られないこともある。

本研究は先に発表した半無限斜面に関する「基岩面条件と斜地の安定」<sup>(1)</sup>の方法を拡張したもので、土質定数、間隙水圧、基岩面条件(均質斜面、単斜または複合斜面)を与え任意の $\alpha$ 、 $\beta$ のもとでの臨界円弧の探り出しを容易にしたものである。今回は $\alpha=0$ の均質斜面についての計算図表を発表する。この計算図表を用いれば与えられた定数に対する無次元値 $k_0$ と安定数 $F_0$ の関係を一般に定めることのできる任意の $\beta$ に対して容易に安全率を求めることができる。

$$k_0 = \frac{c'}{w \cdot H \cdot (1 - \gamma_u) \cdot \tan \phi'} \quad , \quad F = (1 - \gamma_u) \cdot \tan \phi' \cdot F_0$$

ここに  $w$ : 土の単位重量,  $c'$ ,  $\phi'$ : 土質定数,  $\gamma_u$ : 間隙水圧比,  $H$ : 地表変換点とすべり下縁との高さ  
 2. 条件式と無次元値化

図-1 に示すように円弧の中心  $O$  を原点とする直交座標を与え、地表の変換点を  $P$ 、即ち傾斜角 $\alpha$ 、 $AP$ の傾斜角が $\alpha$ で示される斜面を考える。ここで、 $y$ 軸と $OA$ のなす角を $y$ 軸から反時計回りに $\theta$ 、 $y$ 軸と $OB$ のなす角を $y$ 軸から時計回りに $\theta$ とすると、 $P(p, q)$ は

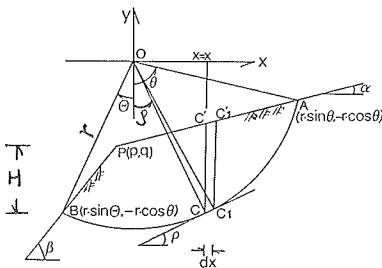


図-1 円弧と記号

$$\left. \begin{aligned} p_0 = \frac{p}{r} &= \frac{a \sin \theta + \cos \theta - (b \sin \theta + \cos \theta)}{a - b} \\ q_0 = \frac{q}{r} &= \frac{a b \sin \theta + b \cos \theta - (a b \sin \theta + a \cos \theta)}{a - b} \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

ここに、 $a: a = \tan \alpha$ ,  $b: b = \tan \beta$ ,  $r$ : 半径  
 で表わされる。次に $y$ 軸から $\theta$ の角度をもつ $OC$ を引き、微小スライス $C'C_1C_2$ をとり、その幅 $dx$ とする。土の単位重量を $w$ とすれば、微小スライスの重さ $dW$ は

$$\frac{dW}{w} = y_1 \cdot dx = r \cdot Y(c, z) \cdot dx, \quad y_1/r = Y(c, z) = \left[ \sqrt{1 - \left(\frac{z}{r}\right)^2} + c \cdot \left(\frac{z}{r} - \sin z\right) - \cos z \right] \dots (2)$$

ただし、 $\frac{b}{r} \leq \frac{z}{r} \leq \sin \theta$ の時  $c=a, z=\theta$ ;  $\sin \theta \leq \frac{z}{r} \leq \frac{b}{r}$ の時  $c=b, z=\theta$

ここで、 $X = z/r$ とすれば、 $dx = r \cdot dX$ であるから式(2)を書き換えて $dW$ の接線成分、法線成分をそれぞれ $dT$ ,  $dN$ 、すべり面長を $L$ とすると

$$\left. \begin{aligned} \frac{dT}{w r^2} &= \frac{dW}{w r^2} \cdot \sin \phi = Y(c, z) \cdot X \cdot dX, \quad \frac{dN}{w r^2} = \frac{dW}{w r^2} \cdot \cos \phi = Y(c, z) \cdot \sqrt{1 - X^2} \cdot dX \\ &(\because \sin \phi = z/r = X, \quad dx/r = dX) \end{aligned} \right\} \dots (3)$$

(3)式と(2)の範囲で積分し加えればすべり接線分力の総和 $T$ と同法線分力の総和 $N$ が求められる。

ただし、取扱いの簡便さを考慮し  $T, N, L$  とともに  $\omega, r$  で除し  $T_0 = T/\omega r^2, N_0 = N/\omega r^2, L_0 = L/r$  としてそれぞれ無次元値化してある。 $\omega r^2$  は [重量] / ([長さ])<sup>3</sup> × ([長さ])<sup>2</sup> の次元を有し単位長さ当りの重量を示す。 $T, N$  と同じ次元である。

$$\left. \begin{aligned} T_0 &= \frac{T}{\omega r^2} = I_0(a, \theta) - I_0(b, \theta) \cdot \frac{b-a}{a} \cdot p_0^3 \quad \because I_0(c, z) = -\frac{1}{3} \cos^3 z - \frac{1}{6} c \cdot \sin^3 z - \frac{1}{2} \cos z \cdot \sin^3 z \\ N_0 &= \frac{N}{\omega r^2} = J_0(a, \theta) - J_0(b, \theta) - \frac{b-a}{a} \left\{ \sqrt{1-p_0^2} (2+p_0^2) + 3 \cdot p_0 \sin^{-1} p_0 \right\} \\ \because J_0(c, z) &= \sin z - \frac{1}{3} (\sin^3 z + c \cos^3 z) - \frac{1}{4} (c \sin z + \cos z) (2 \cdot z + \sin 2 \cdot z), L_0 = \frac{L}{r} = \theta - \theta \end{aligned} \right\} \dots (4)$$

安全率の計算式は間隙圧比 ( $\gamma_u = u/h \cdot \omega, u$ : 圧力水頭,  $h=y$ ) が断面内において一様であるものとし、修正左列に示すの式を用いる。(1), (2)

(i) の右辺の分母を  $\omega r^2$  で除し (ii) を得て、  
 $(1-\gamma_u) \cdot \tan \gamma'$  をくくり出せば修正フェレウス式  
 は (5) 式のように変形される。

$$F = \frac{(1-\gamma_u) \cdot \tan \gamma' \cdot N + C' \cdot L}{(1-\gamma_u) \cdot \tan \gamma' \cdot \frac{N}{\omega r^2} + \frac{C'}{\omega} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{L}{r}} \dots (i)$$

$$F = \frac{(1-\gamma_u) \cdot \tan \gamma' \cdot F_0}{\frac{T}{\omega r^2}} \dots (ii)$$

$$F = (1-\gamma_u) \cdot \tan \gamma' \cdot F_0 \dots (5)$$

ここに  $F_0 = (N_0 + K_0 \cdot M_0 \cdot L_0) / T_0, K_0 = C' / \{ \omega \cdot (1-\gamma_u) \cdot \tan \gamma' \cdot H \}, M_0 = 1/r_0 = b \cdot (p_0 - \sin \theta) \}$   $\dots (6)$   
 $r_0 = r/H = 1 / \{ b \cdot (p_0 - \sin \theta) \}, H = PB \cdot \sin \beta$  (すべり円弧の半径とPの鉛直高)

### 3. 安全率F最小の条件

安全率Fの最小条件は(5)式においてFがF<sub>0</sub>の一次関数であることから、結局(6)式のF<sub>0</sub>が最小となる条件である。(6)式のF<sub>0</sub>におけるN<sub>0</sub>, M<sub>0</sub>, L<sub>0</sub>, T<sub>0</sub>は(4)から明らかのように円弧の中心角θ, ④を変数とする。すなわち、与えられた条件から定まるK<sub>0</sub>に対し(6)式のF<sub>0</sub>が∂F<sub>0</sub>/∂θ=0, ∂F<sub>0</sub>/∂④=0を満足すれば安全率Fを最小にするθ, ④, rが求まり、臨界円弧が定まることになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial F_0}{\partial \theta} &= \frac{T_0 [N_1 + K_0 (M_1 \cdot L_0 + M_0)] - T_1 (N_0 + K_0 M_0 L_0)}{T_0^2} \quad \therefore T_0 [N_1 + K_0 (M_1 L_0 + M_0)] - T_1 (N_0 + K_0 M_0 L_0) = 0 \\ \frac{\partial F_0}{\partial \textcircled{4}} &= \frac{T_0 [N_2 + K_0 (M_2 L_0 - M_0)] - T_2 (N_0 + K_0 M_0 L_0)}{T_0^2} \quad \therefore T_0 [N_2 + K_0 (M_2 L_0 + M_0)] - T_2 (N_0 + K_0 M_0 L_0) = 0 \end{aligned} \right\} \dots (7)$$

$$\therefore \begin{pmatrix} T_1 \\ N_1 \\ L_1 \\ M_1 \end{pmatrix} = \frac{\partial}{\partial \theta} \begin{pmatrix} T_0 \\ N_0 \\ L_0 \\ M_0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} T_2 \\ N_2 \\ L_2 \\ M_2 \end{pmatrix} = \frac{\partial}{\partial \textcircled{4}} \begin{pmatrix} T_0 \\ N_0 \\ L_0 \\ M_0 \end{pmatrix} \dots (8)$$

⑧式において1のフィックスを有するものはθを変数とした時のT<sub>0</sub>, N<sub>0</sub>, L<sub>0</sub>, M<sub>0</sub>の微分係数であり、同様に2のフィックスを有するものは④を変数とした時の微分係数であることを示す。

### 4. 解析結果および安定図表

切土・盛土の設計ではα=0の場合が多用される。ここではα=0°とし、βを20°≤β≤85°の範囲で少しずつ変化させ(7)式からθ, ④を求めた。安定図表としてF<sub>0</sub>~K<sub>0</sub>, F<sub>0</sub>~θ, ④~θの関係を図-2, 3, 4に示す。これらの安定図表の取扱いは次の手順で用いる。

① 与えられた条件からK<sub>0</sub>を計算する(6)式。② 図-2からβ対応のF<sub>0</sub>を読み取る。③ 図-3から同-βでF<sub>0</sub>に対応するθを読み取る。④ 同-βでθに対応する④を読み取る。⑤ (1)式からp<sub>0</sub>, q<sub>0</sub>

を計算する。⑥式から半径 $r$ を求め円弧を定める。⑦⑧式から安全率 $F$ を求める。

また、 $K_0$  (臨界条件数) と安定数 $F_0$ の関係は図-2から明らかになるように $F_0$ は $K_0$ に対して増加関数となる。他方、同一 $K_0$ では $\beta$ が大きくなるに従って $F_0$ は小さくなる。すなわち、斜面の高さ $H$ に注目すれば、これが大いほど $K_0$ 、 $F_0$ が小さくなり安全率 $F$ も低下することを示し、傾斜角 $\beta$ が大いほど安全率 $F$ は小さくなることを示す。

## 5. 適用例

### ①切土工における小段幅の決定について

切土工画において切土工配と土質諸条件が一定であるとするれば、小段幅は図-1の $\overline{PA}(\alpha=0^\circ)$ よりも小さくなければならない。大きいとするならば小段を含むすべりが発生する可能性が生ずるからである。 $\alpha=0^\circ$ の時の $K_0$ と $\overline{PA}/r$ との関係を図-5に示す。図-5を用いれば与えられた条件から $K_0$ を求め $\beta$ 対応の $\overline{PA}/r$ 値を読みとり、これに半径 $r$ を乗ずることで小段幅を求めることができる。

$$\overline{PA}/r = \sin\theta - \frac{a\sin\theta + \cos\theta - (b\sin\theta + \cos\theta)}{a-b} \quad \text{----- (9)}$$

### ②盛土の長期安定の検討

盛土高さが決まっていれば、法勾配をどのように決定するかが問題となる。図-6は盛土勾配1:1.5 ( $\beta=33.69^\circ$ )、盛土高 $H=10.0$  mとした時の解析結果である。土質定 $C, \varphi'$  と $\omega$ は土質試験の結果を用いている。①の円弧は(1)による臨界円弧であり、②が今回の解析方法を用いた結果である。両者の結果は②円弧で $F=1.32$ 、①円弧で $F=1.44$  となり、斜面内だけを対象とするすべりが発生せず、法肩をも含めたすべりが生ずることになる。したがってこの場合②の結果をとり、目標安全率が1.5であれば、盛土勾配は当初計画の1:1.5よりも緩くしなければならないことになる。

- 参考文献 1) 土屋智・申潤植・萩原貞夫 基岩面条件と斜地の安定 新砂防 124 57'8  
2) 土質工学ハンドブック 1982 技報堂  
3) 斜面および盛土のための安定図表 1981 技報堂

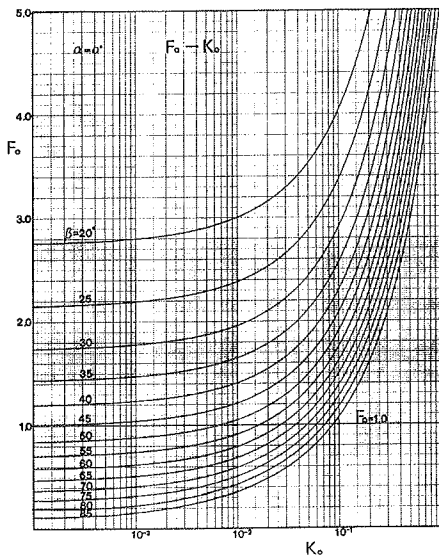


図-2 安定数 $F_0$ と臨界条件数 $K_0$

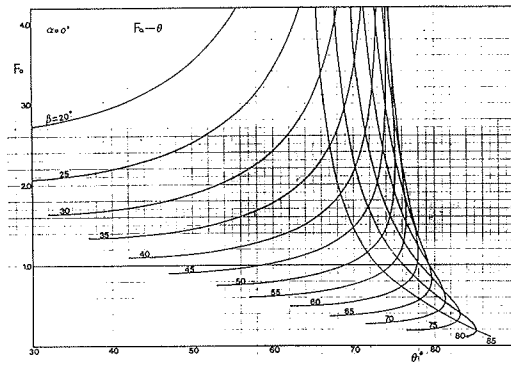


図-3 安定数 $F_0$ と中心角 $\theta$

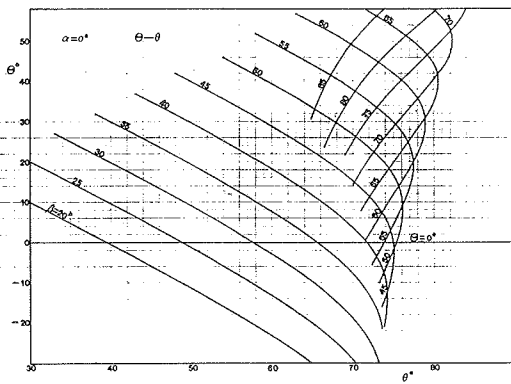


図-4 中心角 $\theta$ と $\theta^*$

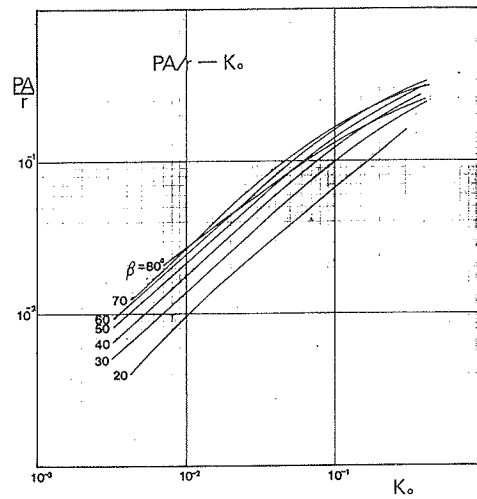


図-5 両 $r$ と臨界条件数 $K_0$

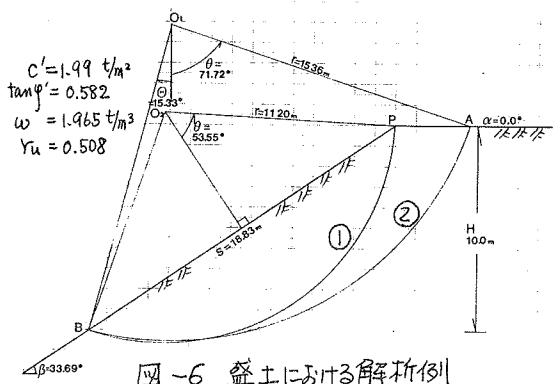


図-6 盛土における解析例

①  
 $K_0 = 0.163$   
 $F_0 = 4.265$   
 $F = 1.442$

②  
 $K_0 = 0.354$   
 $F_0 = 4.599$   
 $F = 1.317$